

Информационно – коммуникационные и химические технологии

МРНТИ 27.41.77

<https://doi.org/10.58805/kazutb.v.4.17-50>**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОЦИАЛЬНОЙ НАПРЯЖЕННОСТИ****Мазаков Т.Ж., Джомартова Ш.А., Мухаев Д.К., Мазакова А.Т.**

Казахский Национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

jomartova@mail.ru

Аннотация. В данной статье проанализированы проблемы мониторинга и управления социально-экономической ситуацией. Анализ социально-экономической ситуации предусматривает определение количественных характеристик динамического ряда, тенденцию роста, снижения или стабилизации, выявление причинных факторов, на конкретных территориях и для различных групп. Критерий нечеткой управляемости был получен для решения проблемы прогнозирования и контроля социально-экономической ситуации. Описаны новая математическая модель и алгоритм для решения поставленной задачи по мониторингу и управления социально-экономической ситуацией на основе интервальной математики и их программной реализации. Социальный эффект будет выражен в повышении безопасности жизнедеятельности людей. Как следствие будет обеспечена возможность проведения профилактических мероприятий на необходимых территориях.

Ключевые слова. социальная напряженность, управляемость, интервальная математика, лингвистическая переменная, нечеткий и интервальный анализ.

ӘЛЕУМЕТТІК ШИЕЛЕНІСТІ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕУ**Мазаков Т.Ж., Жомартова Ш.А., Мухаев Д.К., Мазакова Ә.Т.**

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

jomartova@mail.ru

Андатпа. Бұл мақалада әлеуметтік-экономикалық жағдайды бақылау және басқару мәселелері талданады. Әлеуметтік-экономикалық жағдайды талдау динамикалық диапазонның сандық сипаттамаларын, өсу, құлдырау немесе тұрақтандыру тенденциясын анықтауды, нақты салалардағы және әртүрлі топтар үшін себепті факторларды анықтауды қамтиды. Әлеуметтік-экономикалық жағдайды болжау және бақылау мәселесін шешу үшін анық емес басқару критерийі алынды. Интервалдық математика негізінде әлеуметтік-экономикалық жағдайды бақылау және басқару міндетін шешудің жаңа математикалық моделі мен алгоритмі және оларды бағдарламалық қамтамасыз етуді енгізу сипатталған. Әлеуметтік әсер адамдар өмірінің қауіпсіздігін арттыруда көрінеді. Нәтижесінде қажетті аумақтарда алдын алу шараларын жүргізуге мүмкіндік туады.

Түйінді сөздер: әлеуметтік шиеленіс, бақылау мүмкіндігі, интервалдық математика, лингвистикалық айнымалы, анық емес және интервалдық талдау.

MATHEMATICAL MODELING OF SOCIAL TENSION

Mazakov T.Zh., Jomartova Sh.A., Mukhaev D.K., Mazakova A.T.

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty city, Kazakhstan

jomartova@mail.ru

Abstract. This article analyzes the problems of monitoring and managing the socio-economic situation. Analysis of the socio-economic situation involves the determination of the quantitative characteristics of the dynamic range, the trend of growth, decline or stabilization, the identification of causal factors in specific areas and for various groups. The fuzzy controllability criterion was obtained to solve the problem of forecasting and controlling the socio-economic situation. A new mathematical model and algorithm for solving the task of monitoring and managing the socio-economic situation based on interval mathematics and their software implementation are described. The social effect will be expressed in improving the safety of people's life. As a result, it will be possible to carry out preventive measures in the necessary territories.

Keywords: social tension, controllability, interval mathematics, linguistic variable, fuzzy and interval analysis.

Введение. Методология математического моделирования завоевала прочные позиции в технологической и естественно-научной сферах, ее прогресс существенно заметен также и в применениях к экономическим системам. Если же говорить о процессах с участием «человеческого фактора» (в первую очередь, о социальных процессах), то успехи в этой области гораздо скромнее [1].

Поэтому несомненна актуальность математического моделирования социальных процессов и разработка информационно-аналитических систем (ИАС), позволяющих осуществлять мониторинг показателей, характеризующих социально-экономическую ситуацию в разрезе регионов страны.

Математическое моделирование социально-экономических процессов может быть использовано специалистами для решения ряда прикладных вопросов, таких как планирование различных превентивных мероприятий [2-3].

Материалы и методы. Постановка задачи. Для разработки реальной системы автоматизированного прогнозирования социально-экономической ситуации определен перечень экономических, демографических и социальных параметров. К социально-экономическим показателям отнесли, например, внутренний валовый продукт (ВВП) на душу населения, индекс физического объема ВВП на душу населения, в процентах к предыдущему году, объем промышленного производства в млрд. тенге, индекс физического объема промышленного производства, в процентах к предыдущему году, число промышленных предприятий и производств и т.д. В качестве демографических показателей взяли: численность населения, численность населения в трудоспособном возрасте, количество родившихся; количество умерших, количество эмигрировавших граждан, количество иммигрировавших граждан и т.д. К показателям уровня преступности в регионе отнесли, например,

число всех зарегистрированных преступлений, число зарегистрированных убийств и покушений на убийство, число зарегистрированных краж и т.п.

Для обеспечения автоматизированного мониторинга социально-экономической ситуации, по результатам анализа и возможности получения конкретных данных определены следующие индексы: индекс стоимости жизни; индекс развития человеческого потенциала; уровень безработицы; уровень криминогенности; уровень медицинского обеспечения и т.п.

Как известно социальная напряженность определяется не только социально-экономическими факторами, но и политической активностью населения. Для оценки политической активности населения использованы данные средств массовой информации (СМИ) и Интернета. С этой целью введены следующие показатели политической активности: количество публикаций в региональных и республиканских СМИ с призывами к поведению актов неповиновения; количество демонстраций, митингов и других массовых выступлений с протестом в отношении руководства региона и страны, имеющих экономический характер; количество демонстраций, митингов и других массовых выступлений с протестом в отношении руководства региона и страны, имеющих политический характер; общая численность участвующих в демонстрациях, митингах и других массовых выступлениях; общая численность участвующих в голодовках, имеющих экономический характер; общая численность участвующих в голодовках, имеющих политический характер; уровень активности оппозиционных партий. На основе введенных показателей и социально-экономических показателей вычислен индекс социальной напряженности.

В качестве управляющих параметров $u = (u_1, \dots, u_n)$ определены директивы, мероприятия республиканского и регионального уровня. В свою очередь управляющие параметры подразделяются на социально-экономические, политические.

Основные результаты. Используя особенности исследуемой задачи построена модель в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u, p, t) \quad (1)$$

где u – внешние факторы, p – параметры привязки (настройки) математической модели к реальным данным.

На управление даются ограничения

$$u(t) \in U = \{u(t): -L_i \leq u_i(t) \leq L_i, \quad (2)$$

$$i = 1, m, t \in [t_0, t_1]\}$$

С помощью методов математической теории идентификации на основе ретроспективных знаний значений параметров $x = (x_1, \dots, x_n)$ и $u = (u_1, \dots, u_n)$ вычислены значения параметров p . При этом вид функций $f(x, u, p, t)$ (с точностью до неизвестных постоянных p) построены с учетом «физики» исследуемых показателей.

Таким образом, определена математическая модель, характеризующая связь между входными и управляющими параметрами. ИАС позволяет спрогнозировать поведение (динамику) входных параметров при различных (специальным образом заданных) заданных управляющих воздействиях.

Зная значения параметров x в настоящий момент времени, который обозначим через t_0 :

$$x(t_0) = x_0 \quad (3)$$

решая полученную задачу Коши (1) – (3) численными методами (в частности методом Рунге-Кутты) при заданных внешних воздействиях u , найдены значение параметров x, y в момент времени t_1 , т.е. таким образом, решена задача прогнозирования на период $[t_0, t_1]$.

Решая последовательность задач Коши (1) – (3) при различных (специальным образом заданных) заданных внешних воздействиях u_1, \dots, u_k можно спрогнозировать соответствующее поведение параметров x к моменту времени t_1 , т.е. дать возможность получить ответ на вопрос (проиграть ситуацию), что может произойти, если будет выбрана стратегия u_1 в отличие от стратегии u_2 и т.п.

В классической теории управления обычно исследуется задача управляемости [4] (Задача 1): существует ли управление, удовлетворяющее ограничению (2) и переводящее систему (1) из начального состояния (3) в конечное заданное состояние

$$x(t_1) = x_1 \quad (4)$$

за фиксированное время $t_1 - t_0$.

Начальные значения вектора состояния x_0 в формуле (3) задаются по фактическим измерениям. В то же время, для задачи мониторинга социально-экономической ситуации актуально не фиксированное значение x_1 в конечный момент времени t_1 в формуле (4), а перевод системы в некоторое множество, позволяющее обеспечить удобную интерпретацию.

В этой связи, на основе теории нечетких множеств введем для переменных состояния x системы (1), соответствующие лингвистические переменные следующим образом [5].

Каждой переменной состояния x_i поставим в соответствие лингвистическую пере-

менную $x_{\text{линг}i}$, $i = \overline{1, n}$. Так как в модели (1) – (4) переменные состояния системы имеют количественный характер и большее значение их повышает степень возникновения социально-экономической опасности, предложены следующие значения лингвистических переменных:

- TermLin[1]=«оптимальный уровень»,
- TermLin[2]=«умеренный уровень»,
- TermLin[3]=«допустимый уровень»,
- TermLin[4]=«критический уровень» .

Каждому j -му значению i -й лингвистической переменной $x_{\text{линг}i, j}$ соответствует числовой интервал $(x_{\text{мин}i, j}, x_{\text{макс}i, j})$ и множество $U_{j=1}^4(x_{\text{мин}i, j}, x_{\text{макс}i, j})$ должно охватывать всевозможные значения переменной $(x_{\text{мин}i, j}, x_{\text{макс}i, j})$. В частности, допускается, чтобы

$$U_{j=1}^4(x_{\text{мин}i, j}, x_{\text{макс}i, j}) = (-\infty, +\infty).$$

Введем множество индексов $I_{kr} \subseteq [1, n]$, определяющее перечень переменных состояния, на которые накладываются терминальные ограничения. Например, если для модели (1) – (4) терминальные ограничения накладываются только на переменную x_2 , то множество индексов $I_{kr} = [2]$ состоит из одного элемента.

Далее рассматривается следующая нечеткая задача управляемости (Задача 2): существует ли управление, удовлетворяющее ограничению (2) и переводящее систему (1) из начального состояния(11) в конечное состояние

$$x_{\text{линг}i}(t_1) = \text{TermLin}[i_j], i \in I_{kr} \quad (5)$$

за фиксированное время $t_1 - t_0$.

В (5) индекс i_j соответствует выбранному j -му лингвистическому нечеткому значению для i -й переменной состояния.

Задача 1 является частным случаем задачи 2.

перевод системы (1) из состояния (3) в состояние (5), то целесообразно выбрать такое управление, которое кроме решения поставленной задачи доставляло бы минимум энергии, быстродействие или др.)

$$f(n) \leftarrow \min_{n \in U}$$

Задача оптимального управления при ограничениях (5) – (6) является задачей с подвижным правым концом,

Поставленная задача решена методом ми математической теории оптимального управления с использованием метода штрафных функций.

В случае нескольких критериев выбора оптимальных управляющих воздействий многокритериальную задачу с $f, i = \overline{1, n}$ функциями свели к однокритериальной задаче оптимального управления с функцией $J = \sum_{i=1}^n a_i f_i$. Здесь $a_i, i = \overline{1, n}$ – глобальные весовые коэффициенты, определяются на основе метода анализа иерархии [10].

ИАС разработана на СУБД MySQL [11] с использованием языка Web-программирования PHP. В настоящее время ИАС находится в опытной эксплуатации.

Обсуждение. ИАС позволяет с помощью методов корреляционного анализа найти степень зависимости (корреляцию) между параметрами (при этом имеется возможность учитывать эффект запаздывания). Например, можно найти корреляцию между уровнем безработицы и числом преступлений, среднемесячной заработной платой и числом преступлений.

Для оценки ряда параметров, которые в природе не могут быть измерены (например, индекс социальной напряженности), обеспечена возможность проведения экспериментального исследования, заключающегося в

В силу свойств наложенных на правую часть системы уравнений задачи Коши (1), (3) при фиксированном управлении $n(t) \in U$ выполнены условия теоремы существования и единственности решения $x(t), t \in [t_0, t_1]$ [6].

$$x_{k+1}(t) = x_0 + \int_{t_0}^t f(x_k(t), n(t), t) dt \quad (6)$$

В силу свойств наложенных на правую часть уравнения (1) и ограничений на функцию $n(t)$ в работе [7] доказано, что метод построения к решению абсолютно и равномерно при любом фиксированном управлении

Тогда задача управляемости сводится к исследованию следующей задачи: существует ли хотя бы одно управление $n(t) \in U$, при котором решение интегрального уравнения (4) в момент времени t_1 удовлетворяет условию (6).

Для решения поставленной задачи при изменении результатов интервального анализа [8-9]. Обозначим через \bar{v} интервал от $-L$ до L , через f интервальнозначную функцию, построенную из функции $f(x_k(t), n(t), t)$. Подставляя в уравнение (6) вместо функции $n(t)$ интервал \bar{v} получим интегральное интегральное уравнение

$$x_{k+1}(t) = x_0 + \int_t^{t_0} f(x_k(t), v, t) dt \quad (7)$$

Теорема. Для того чтобы исследуемая система была управляемой необходимо и достаточно, чтобы $\bar{x}(t)$ для всех $t \in I^{k+1}$ имел непустое пересечение с множеством $(x_{\min}, f, x_{\max}, f)$.

Если же задача управляемости имеет положительное решение (т.е. существует хотя бы одно управление $n \in U$, обеспечивающее

том, что каждый эксперт независимо от других дает оценку выбранного параметра при смоделированной или реальной ситуации, которая количественно характеризуется значениями других параметров. Для любого выбранного параметра построено регрессионное уравнение, зависящее от остальных параметров.

Полученные результаты применимы для исследования любой динамической системы, описываемой обыкновенными дифференциальными уравнениями. Поэтому применение результатов статьи имеет большие перспективы для автоматизации решения многих задач математического моделирования.

Выводы. В статье впервые в теории управляемости рассмотрена динамическая модель с ограничением на правый конец на основе лингвистических переменных,

описываемая обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Для прогнозирования и управления социально-экономической ситуацией на основе интервальной математики получен критерий нечеткой управляемости.

На базе библиотеки интервальных процедур [12] разработано программное обеспечение определения управляемости динамической системой, описываемой обыкновенными дифференциальными.

Материалы статьи представляют практическую ценность для проектировщиков различных социотехнических систем.

Работа выполнена за счет средств программно-целевого финансирования научных исследований на 2021-2023 годы по проекту «Разработка общегосударственной системы оценки рисков и угроз национальной безопасности Республики Казахстан».

Литература

1. Мальхин В.И. Социально-экономическая структура общества: математическое моделирование. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 175с.
2. Ниворожкина Л.И., Синявская Т.Г. Моделирование воздействия экономических факторов на рост социальной напряженности // Финансовые исследования, № 4(53), 2016. – С. 8-19.
3. Шведовский В.А., Петрова М.А. Математическое моделирование динамики напряженности этно-политического конфликта // Социология, № 14, 2001. – С.151-175.
4. Воронов А.А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. – М.: Наука, 1979. – 336с.
5. Заде А.Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. – М.: Мир, 1976. – 166 с.
6. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1974. – 331 с.
7. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. – Киев: Наукова Думка, 1986. – 543 с.
8. Gaziza Bairbekova, Talgat Mazakov, Sholpan Djomartova, Salima Nugmanova Interval arithmetic in calculations // Open Engineering formerly Central European Journal of Engineering Editor-in-Chief: Noor, Ahmed, Open Engineering. Volume 6, Issue 1. – P.259-263, DOI: <https://doi.org/10.1515/eng-2016-0036>, October 2016
9. Dzhomartova Sh.A., Mazakov T.Zh., Karymsakova N.T., Zhaydarova A.M. Comparison of Two Interval Arithmetic. // Applied Mathematical Sciences, Vol. 8, 2014, no. 72. – P.3593 – 3598. DOI: <https://dx.doi.org/10.12988/ams.2014.44301>

10. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993. – 320 с.
11. Васвани В. Полный справочник по MySQL – М.: Изд. Дом «Вильямс», 2006. – 528 с.
12. Мазакон Т.Ж., Джомартова Ш.А., Оспанова М.К. Библиотека процедур интервальной математики // Материалы 1-й междунар. научно-практ. конф. «Информатизация общества». – 2004. – С.160-162.

References

1. Malyhin V.I. Socialno-economicheskay struktura obshestva: matematicheskoe modelirovanie. – М.: UNITI-DANA, 2003. – 175 s.
2. Nivorozhkina L.I., Sinyvskay T.G. Modelirovanie vozdeistviy ekonomicheskikh factorov na rost socialnoi napryzhenosti // Finansovye issledovaniy, № 4(53), 2016. – S. 8-19.
3. Shvedovskii V.A., Petrov M.A. Matematicheskoe modelirovanie dinamiki napryzhenosti etno-politicheskogo konflikta // Sociologiy, № 14, 2001. – S.151-175.
4. Voronov A.A. Ustoichivost, upravlyemost, nabludaemost. – М.: Nauka, 1979. – 336 s.
5. Zade A.L. Ponytie lingvisticheskoi peremnoi i ego primeneniye k prinytiu priblizhennyh reshenii. – М.: Mir, 1976. – 166 s.
6. Pontrygin L.S. Obyknovennyye differencialnye uravneniy. – М.: Nauka, 1974. – 331 s.
7. Verlan A.F., Sizikov V.S. Integralnye uravneniy: metody, algoritmy, programmy. – Kiev: Naukova Dumka, 1986. – 543 s.
8. Gaziza Bairbekova, Talgat Mazakov, Sholpan Djomartova, Salima Nugmanova Interval arithmetic in calculations // Open Engineering formerly Central European Journal of Engineering Editor-in-Chief: Noor, Ahmed, Open Engineering. Volume 6, Issue 1. – P.259-263, DOI: <https://doi.org/10.1515/eng-2016-0036>, October 2016
9. Dzhomartova Sh.A., Mazakov T.Zh., Karymsakova N.T., Zhaydarova A.M. Comparison of Two Interval Arithmetic. // Applied Mathematical Sciences, Vol. 8, 2014, no. 72. – P.3593 – 3598. DOI: <https://dx.doi.org/10.12988/ams.2014.44301>
10. Saati T. Prinytie reshenii. Metod analiza ierarhii. – М.: Radio i svyz, 1993. – 320 s.
11. Vasvanu V. Polnyi spravochnik po MySQL – М.:Izd.Dom «Vilyms»,2006. – 528 s.
12. Mazakov T.Zh., Jomartova Sh.A., Ospanova M.K. Biblioteka procedur intervalnoi matematiki // Materialy 1-i mezhdunar. nauchno-prakt. konf. «Informatizaciyy obshestva». – 2004. – S.160-162.

Сведения об авторах:

Мазакон Талгат Жакупович – НАО Казахский национальный университет имени аль-Фараби, д.ф.-м.н., профессор, Алматы, Казахстан, tmazakov@mail.ru

Джомартова Шолпан Абдразаковна – НАО Казахский национальный университет имени аль-Фараби, д.т.н., доцент, Алматы, Казахстан, jomartova@mail.ru

Мухаев Дарын Какенұлы – НАО Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан, daryn.mukhayev@gmail.com

Мазакон Айгерим Талгатовна – НАО Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан, aigerym97@mail.ru

Information about authors:

Mazakov Talgat Zhakupovich – NAO Al-Farabi Kazakh National University, doctor of physical and mathematical sciences, professor, Almaty, Kazakhstan, tmazakov@mail.ru

Jomartova Sholpan Abdrazakovna – NAO Al-Farabi Kazakh National University, doctor of technical sciences, ass.professor, Almaty, Kazakhstan, jomartova@mail.ru

Mukhaev Daryn Kakenuly – NAO Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, daryn.mukhayev@gmail.com

Mazakova Aigerim Talgatovna – NAO Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, aigerym97@mail.ru