МРНТИ 20.20.20 https://doi.org/10.58805/kazutb.v.1.22-274

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СТЕРЖНЯ

Т.Ж. Мазаков[1*], Ш.А. Джомартова[1], Г.З. Зиятбекова[1], Г.Ч. Тойкенов[2], М.Т. Аршидинова[1,3], А.Т. Мазакова[1]

[1]Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан,

[2]Казахская национальная академия искусств имени Темирбека Жургенова, Алматы, Казахстан,

[3]Институт информационных и вычислительных технологий КН МНВО РК, Алматы, Казахстан,

e-mail: tmazakov@mail.ru

Целью данной работы является исследование теплофизического состояния цилиндрического стержня постоянного сечения и ограниченной длины. Данная работа посвящена к автоматизации исследования теплофизического состояния стержня постоянного сечения и ограниченной длины. Процесс автоматизации исследования опирается на законы сохранения энергии. Рассматривается трехмерное тело, постоянное поперечное сечение которого имеет форму цилиндра. Однако ввиду сложности изучаемых явлений решить аналитически дифференциальные уравнения в частных производных современными математическими методами. Также существуют много методов решения, пригодных для практического использования. Поставленная задача решается приведением к уравнению в частных производных в цилиндрической системе координат, для решения которой разработан соответствующий алгоритм. Полученные результаты переводятся в декартову систему координат. Тем самым решается исходная задача. Разработана программа нахождения распространения температуры по стержню, которая помещает результаты численных расчетов в несколько файлов. Результаты численных расчетов в динамике (по времени) выводятся в виде таблицы и отображаются в виде одномерных графиков. Перспективным направлением является применение интервальной математики для исследования уравнения теплопроводности.

Ключевые слова: теплопроводность, теплоизоляция, температура, нестационарный теплофизический процесс, энергия.

ЦИЛИНДРЛІК СЫРЫҚТЫҢ ЖЫЛУ ӨТКІЗГІШТІК ТЕҢДЕУІН ШЕШУ

Т.Ж. Мазаков[1*], Ш.А. Джомартова[1], Г.З. Зиятбекова[1], Г.Ч. Тойкенов[2], М.Т. Аршидинова[1,3], Ә.Т. Мазақова[1]

[1]әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,

[2]Т.Қ. Жүргенов атындағы Қазақ ұлттық өнер академиясы, Алматы, Қазақстан,

[3]Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігі Ақпараттық және есептеуіш технологиялар институты, Алматы, Қазақстан,

e-mail: tmazakov@mail.ru

Бұл жұмыстың мақсаты цилиндрлік сырықтың тұрақты қимасы мен шектеулі ұзындығының термофизикалық күйін зерттеу болып табылады. Бұл жұмыс тұрақты қиманың және шектеулі ұзындықтың жылуфизикалық күйін зерттеуді автоматтандыруға арналған. Зерттеуді автоматтандыру процесі энергияны сақтау заңдарына сүйенеді. Тұрақты көлденең қимасы цилиндр тәрізді болып келетін үш өлшемді дене қарастырылады. Алайда зерттелетін құбылыстардың күрделілігіне байланысты қазіргі математикалық әдістермен ішінара туындылардағы аналитикалық дифференциалдық теңдеулер шешіледі. Сондай-ақ, практикалық қолдануға жарамды шешудің көптеген әдістері бар. Қойылған міндет цилиндрлік координаттар жүйесінде ішінара туындылардағы теңдеуге келтіру арқылы шешіледі, оны шешу үшін тиісті алгоритм әзірленеді.

Алынған нәтижелер декарттық координаттар жүйесіне аударылады. Осылайша бастапқы міндет шешіледі. Сандық есептеулердің нәтижелерін бірнеше файлға орналастыратын сырық бойымен температураның таралуын табу программасы жасалды. Динамикадағы (уақыт бойынша) сандық есептеулердің нәтижелері кесте түрінде көрсетіледі және бір өлшемді графиктер түрінде беріледі. Жылу өткізгіштік теңдеуін зерттеу үшін интервалдық математиканы қолдану перспективалық бағыт болып табылады.

Түйін сөздер: жылу өткізгіштік, жылу оқшаулау, температура, стационарлық емес жылу-физикалық процесс, энергия.

SOLUTION OF THE HEAT CONDUCTION EQUATION OF A CYLINDRICAL ROD

T.Zh. Mazakov[1*], Sh.A. Jomartova[1], G.Z. Ziyatbekova[1], G.CH. Toikenov[2], M.T. Arshidinova[1,3], A.T. Mazakova[1]

[1]Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan,

[2]Temirbek Zhurgenov Kazakh National Academy of Arts, Almaty, Kazakhstan,

[3]RSE Institute of Information and Computational Technologies MSHE RK CS, Almaty, Kazakhstan,

e-mail: tmazakov@mail.ru

The purpose of this paper is to investigate the thermophysical state of a cylindrical rod of constant cross-section and limited length. This paper is devoted to the automation of the study of the thermophysical state of a rod of constant cross-section and limited length. The process of automating research relies on the laws of conservation of energy. A three-dimensional body is considered, the constant cross section of which has the shape of a cylinder. However, due to the complexity of the studied phenomena, to solve analytically partial differential equations by modern mathematical methods. There are also many solution methods suitable for practical use. The problem is solved by reduction to a partial derivative equation in a cylindrical coordinate system, for the solution of which an appropriate algorithm is developed. The obtained results are translated into Cartesian coordinate system. This solves the original problem. A program for finding the temperature propagation along the rod has been developed, which puts the results of numerical calculations into several files. The results of numerical calculations in dynamics (by time) are output in the form of a table and displayed as one-dimensional graphs. A promising direction is the application of interval mathematics to the study of the heat conduction equation.

Keywords: thermal conductivity, thermal insulation, temperature, unsteady thermophysical process, energy.

Введение. В современных условиях экономического развития страны важнейшей задачей является модернизация существующих и создание новых высокоэффективных, надежных, безопасных систем и производств. Об этом свидетельствует обращение президента РК Касым-Жомарта Токаева в XI форуме машиностроителей Казахстана, где говорится «Отечественное машиностроение, являясь локомотивом промышленности показывает рост производства 9,4%, а по итогам первого квартала 2023 года 36%. Нам необходимо добиться ускоренного роста машиностроения на базе инноваций и передовых технологий» [1].

Дальнейшее развитие энергомашиностроения и прежде всего двигателестроения связано с существенным повышением удельных показателей. Повышение надёжности и долговечности элементов конструкций двигателей, работающих в условиях сложного циклического термомеханического и теплофизического нагружения, является одной из самых приоритетных задач современного двигателестроения. Оценке надёжности и долговечности предшествует анализ температурного и напряжённо-деформированного состояний исследуемых элементов конструкций. В настоящее время одним из наиболее перспективных направлений исследования температурного и напряжённо-деформированного состояний является разработка вычислительных алгоритмов [2].

Высокая динамика современного развития вычислительных средств привела к появлению мощных компьютерных систем. Это открывает новые более широкие возможности эффективного использования вычислительных алгоритмов сложных теплофизических и физико-механических процессов. В то же время качество вычислительных алгоритмов во многом зависит от достоверности на теоретическом уровне принятых математических моделей.

Актуально изучение качественного и количественного влияния параметров источника тепла и геометрических характеристик стержня на температурное поле. Это связано с тем, что надежная работа технологических линий перерабатывающих предприятий, элементы атомных и тепловых электростанций, реактивных двигателей и двигателей внутреннего сгорания, зависит от термофизического состояния этих элементов при воздействии разнородных источников тепла.

Материалы и методы. Актуальной является также проблема создания новых эффективных алгоритмов и на их основе современного прикладного программного обеспечения для решения задач вычислительной теплопроводности [3-4].

Анализ этих работ показывает:

1. Существующие методы исследования термофизического состояния несущих элементов конструкций учитывают влияние на распределение температуры тела отдельных внешних факторов.
2. В некоторых известных работах в этой области не учитывается зависимость между коэффициентом теплового расширения и модуля упругости от температуры стержня переменного сечения, при условии его защемления. В
3. В тех работах, где эта зависимость учтена, значения вышеперечисленных параметров, в частном случае, используются в виде постоянных.

Поэтому, проблема разработки математической модели термофизического состояния стержня переменного сечения, которая бы учитывала одновременное влияние локальной температуры, теплоизоляции и теплообмена с внешней средой является актуальной. Таким образом, по исследуемой проблеме имеется существенный задел для научных поисков.

В связи с вышеизложенным, актуальной задачей является разработка и исследование вычислительных алгоритмов и программ моделирования теплофизических процессов в стержне переменного сечения, который находится под одновременным воздействием локальных температур, тепловых потоков, теплоизоляций и теплообменов. Так же, актуальной является проблема создания новых эффективных методов, вычислительных алгоритмов и на их основе современного прикладного программного обеспечения для решения задач теплофизики [5].

Результаты и обсуждение. В статье рассматривается цилиндрический стержень длиной L и радиусом R. При этом левый конец стержня совпадает с началом координат и коэффициент теплообмена считается постоянным по всей поверхности стержня. Также предполагается, что стержень находится под воздействием точечной температуры и поверхностного теплообмена [6].

Рассмотрим горизонтальный стержень ограниченной длины L и радиуса R.Построим глобальную декартовую систему координат $Oxyz$ (Рисунок 1).

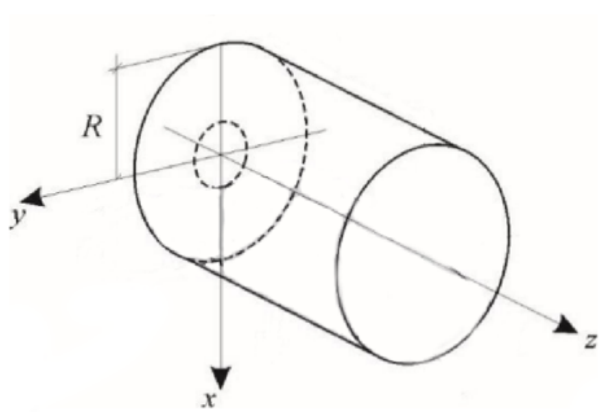

Рис.1 - Общий вид цилиндрического стержня

Распространение тепла в стержне описывается следующим трехмерным уравнением теплопроводности

$$c\rho\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+q, \quad (1)$$

где

k - коэффициент теплопроводности;

ρ - плотность;

- удельная теплоемкость;

h - коэффициент теплообмена;

$q(x,y,z,t)$ - интенсивность источников тепла в точке (x, y, z) в момент времени t.

T_{oc}- температура окружающей среды;

S_{nc} - площадь поперечного сечения стержня;

x, y, z - пространственные переменные $0 \leq x, y \leq R, 0 \leq z \leq L$;

R- радиус стержня;

L- длина стержня.

Дифференциальное уравнение в частных производных (1) является дифференциальным уравнением сохранения энергии для изохорного процесса переноса теплоты, или уравнением нестационарной теплопроводности. Оно устанавливает связь между временным и пространственным изменением температуры в любой точке твердого тела, в котором происходит процесс теплопроводности.

Предполагается, что левый конец стержня совпадает с началом координат и коэффициент теплообмена считается постоянным по всей поверхности стержня. Также предполагается, что стержень находится под воздействием точечной температуры и поверхностного теплообмена.

Дифференциальное уравнение теплопроводности совместно с начальными и граничными условиями полностью определяют задачу, т. е. зная геометрическую форму тела, начальные и граничные условия, можно дифференциальное уравнение решить до конца и, следовательно, найти поле температур в теле, $T(x,y,z,t)$ - функцию распределения температуры в любой момент времени t.

Функция $T(x,y,z,t)$ должна удовлетворять дифференциальному уравнению (1), а также начальному и граничным условиям.

Для выделения единственного решения уравнения теплопроводности необходимо к уравнению (1) присоединить начальные и граничные условия.

Начальные условия необходимы при рассмотрении нестационарных процессов и состоят в задании закона распределения температуры внутри тела в начальный момент времени. В общем случае начальное условие аналитически может быть записано следующим образом:

$$T_{t=0}=f(M), \quad (2)$$

где $M=(x,y,z)\in D$,

t - время ($t_0 \leq t \leq t_1$),

$t_1 - t_0$ - промежуток времени, в течение которого изучается процесс теплопроводности стержня.

Обозначим через D - параллелепипед (-R$\leq x, y \leq R, 0 \leq z \leq L\}$, а через - границу D, $Q=\{x,y,z,t|(x,y,z)\in D, t\in[t_0,t_1]\}$.

Граничные условия зададим в виде

$$\frac{\partial T}{\partial n}=0. \quad (3)$$

$T\left(0,y,z,t\right)=f.$

В данной работе рассматривается горизонтальный цилиндрический стержень радиуса R и ограниченной длины L. Боковая поверхность стержня нетеплоизолирована. На площадь поперечного сечения левого конца подводится тепловой поток интенсивностью$q[\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}]$. При этом температура окружающей среды $T_{oc}[^0C]$.

При замене координат

$$x=r*\sin(\varphi), y=r*\cos(\varphi) \quad (4)$$

система уравнений теплопроводности (1) примет следующий вид в цилиндрической системе координат

$$\frac{\partial T}{\partial t}=k(t)\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)+\frac{q(r,z,\varphi,t)}{c\rho} \quad (5)$$

В силу симметрии поле температур не зависит от φ. Поэтому перепишем уравнение (3) в следующем виде

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k(t)\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \frac{q(r,z,t)}{c\rho} \quad (6)$$

Обозначим через D_r - параллелепипед (-R$\leq r \leq R, 0 \leq z \leq L\}$, а через $_r$ - границу D_r, $Q_r = \{r, z, t | (r, z) \in D_r, t \in [t_0, t_1]\}$.

Граничные условия зададим в виде

$$\frac{\partial T}{\partial n}_{r} = 0. \quad (7)$$

$T\,(0, z, t) = f.$

В курсе математической физики доказывается принцип максимума и теорема единственности решения, из которой следует, что если некоторая функция $T(r, z, t)$удовлетворяет дифференциальному уравнению теплопроводности, начальным и граничным условиям, то она является единственным решением данной задачи [7].

Теорема 1 (принцип максимума). Если функция $T(r, z, t)$ определенная и непрерывная в замкнутой области Q_r удовлетворяет уравнению (1), то она достигает максимального и минимального значения в начальный момент времени или на границе $_r$ [8].

Теорема 2 (единственности). Если две функции T_1 и T_2, определенные и непрерывные в области Q_r, удовлетворяют уравнению (1) и одинаковым начальным и граничным условиям (3)-(4), то $T_1(r, z, t) \equiv T_2(r, z, t)$ [9].

В этой связи предлагается решение поставленной задачи разбить на несколько подзадач.

Задача 1. Численное решение уравнения теплопроводности в цилиндрической системе координат.

Для численного решения задачи (6)-(7) применяется разностный метод, т.е. уравнение теплопроводности аппроксимируется разностной схемой.

Покроем область D равномерной сеткой с шагами Δr и Δz по осям r и z соответственно. Запишем следующую разностную аппроксимацию уравнения (6)

$$T\rho_{i,j}^{n+1} = T\rho_{i,j}^{n} + \Delta t k, \left(\frac{T\rho_{i+1}^{n} - 2T\rho_{i,j}^{n} + T\rho_{i-1,j}^{n}}{\Delta r^2} + \frac{T\rho_{i,j}^{n} - T\rho_{i-1,j}^{n}}{2r\Delta r} + \frac{T\rho_{i,j}^{n} - 2T\rho_{i,j}^{n} + T\rho_{i,j}^{n}}{\Delta z^2}\right) + \frac{1}{c\rho} q\rho_{i,j}^{n}, \quad (8)$$

Здесь Δt - шаг по времени, индекс n - по времени, Δr-шаг по радиусу,

Δz-шаг вдоль оси Oz, индексы i, j - по координатам r и z соответственно. В выражении (8) все слагаемые записываются для n-го временного шага и лишь одно - для (n+1)-го.

Предлагается следующий итерационный алгоритм решения (Алгоритм А):

1. $t = t_0$, n = 0. $T_{i,j}^{0}$ = 0 для всех внутренних точек в области D_r,

$$T^0{}_r = f(M), \quad (9)$$

где $M = (r, z) \in {}_r$, для всех точек на границе $_r$.

2. По формуле (8) вычисляем значения $T_{i,j}^{n+1}$ во внутренних точках области D_r.

3. Если критерий $t < t_1$ выполняется, то t = t + Δt, n= n + 1, переход на шаг 2, иначе итерационный процесс завершен.

При выполнении расчетов необходимо провести исследование устойчивости разностной схемы (8), а именно проверить условие.

$$\Delta t \leq \frac{1}{2a^2}\left(\frac{1}{\Delta r^2} + \frac{1}{\Delta z^2}\right). \quad (10)$$

Разработана программа нахождения распространения температуры по цилиндрическому стержню стрежню, которая помещает результаты численных расчетов в несколько файлов [11]. Результаты численных расчетов в динамике (по времени) отображаются в виде одномерных графиков. Расчеты проведены при следующих исходных данных:

$$L = 1.0; \quad R = 10.0 \quad \Delta t = 0.01;$$

$$nr = 10; \quad nz = 6;$$

$$\Delta r = \frac{R}{nr},$$

$$\Delta z = \frac{L}{nz};$$

$$q = 200; \quad \rho = 7.870; \quad c = 0.13; \quad k = 0.177;$$

Результаты численных расчетов представлены в файле Rezult.txt.

Из-за сложности интерпретации полученных численных расчетов и повышения наглядности разработана программа на MatLab. На рисунках 2-3 представлены в графическом виде результаты экспериментальных расчетов. На рисунке 2 представлен график распространения температуры за время T=5 по центру стержня в направлении оси Z от начала координат в динамике.

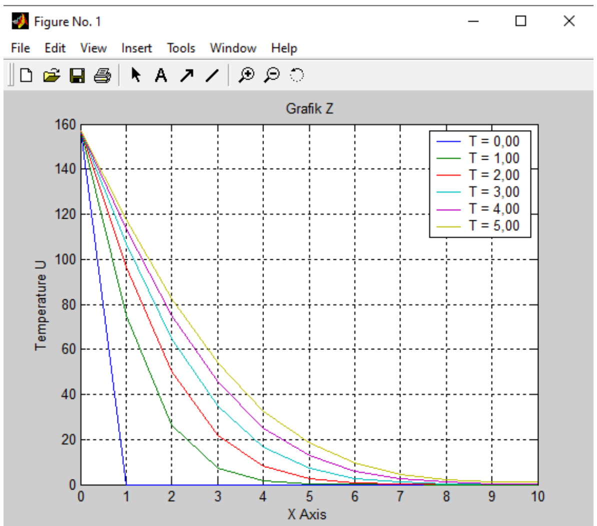

Рис. 2 - График распространения температуры по центру стержня в направлении Z от начала координат за время T=5

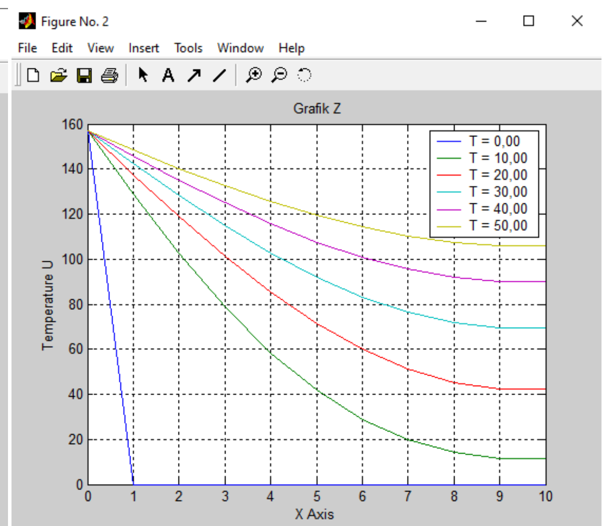

Рис. 3 - График распространения температуры по центру стержня в направлении Z от начала координат за время T=50

На рисунке 3 представлен график распространения температуры за время T=50 по центру стержня в направлении оси Z от начала координат в динамике.

В результате работы алгоритма А в матрице $T\rho_{i,j}^{n}$ размещается численное решение уравнения теплпроводности в цилиндрической системе координат.

Задача 2. Решение уравнения теплопроводности в декартовой системе координат на нерегулярной сетке.

Предлагается следующий итерационный алгоритм решения (Алгоритм B):

1. $t = t_0$, n = 0.

2. По формуле (4) вычисляем значения Tx_k^n , Ty_k^n и $Txyz_k^n$для всех φ_i^n и r_j^n. Здесь

$i = \overline{1, n_\varphi}$, $j\overline{1, n_r}$,$k\overline{1, n_\varphi * n_r}$.

3. Если критерий $t < t_1$ выполняется, то t = t + Δt, n= n + 1, переход на шаг 2, иначе итерационный процесс завершен.

Задача 3. Решение уравнения теплопроводности в декартовой системе координат на регулярной сетке.

Предлагается следующий итерационный алгоритм решения (АлгоритмC):

1. $t = t_0$, n = 0.

2. Для всех $i = \overline{1, n_x}$ вычисляем координату xt

3. Для всех $j = \overline{1, n_y}$ вычисляем координату yt

4. Для точки (xt, yt) находим ближайшую точки из массивов Tx_k^n , Ty_k^n, т.е. решаем следующую задачу $\min(\sqrt{(Tx_k^n - xt)^2 + (Ty_k^n - yt)^2})$. Значение температуры в точке минимума присваиваем элементу матрицы $T_{i,j}^n$.

5. Если критерий $t < t_1$ выполняется, то t = t + Δt, n= n + 1, переход на шаг 2, иначе итерационный процесс завершен [10].

В результате выполнения алгоритмов А-С находится решение уравнения теплопроводности цилиндрического стержня (1) в декартовой системе координат.

Заключение. Исследование уравнения теплопроводности в декартовой системе координат стержня с круговым сечением сведено к решению уравнения теплопроводности в цилиндрической системе координат, что позволило уменьшить размерность рассматриваемой задачи. На основе полученного решения в цилиндрических переменных разработан алгоритм его перевода в декартовую систему координат на нерегулярной сетке. Далее построен алгоритм получения решения исходного уравнения на регулярной сетке.

Результаты численных расчетов не противоречат экспериментальным данным. Дополнительно результаты выводятся в текстовые файлы и обеспечивают построение одномерных изображений динамики температуры с помощью системы MatLab, для которого написана соответствующая программа.

Перспективным направлением видится применение интервальной математики для исследования уравнения теплопроводности [11-13].

Работа выполнена за счет средств НИИ математики и механики при КазНУ имени аль-Фараби и грантового финансирования научных исследований на 2023-2025 годы по проекту AP19678157.

Литература

1. XI Форум машиностроителей Казахстана. https://smkz.kz/premer-ministr-mashinostroenie-ostaetsya-v-fokuse-vnimaniya-pravitelstva/ - Дата обращения 15.12.2023 г.

2. Карпович Д.С., Суша О.Н., Коровкина Н.П., Кобринец В.П. Аналитический и численный методы решения уравнения теплопроводности // Труды БГТУ. Физико-математические науки и информатика, 2015. - № 6. - стр.122-127.

3. Вороненко Б.А., Крысин А.Г., Пеленко В.В., Цуранов О.А. Аналитическое описание процесса нестационарной теплопроводности. - СПб.: НИУ ИТМО; ИХиБТ, 2014. - 48 с.

4. Dede E.M., Yu Z., Schmalenberg P., Iizuka H. Thermal metamaterials for radiative plus conductive heat flow control.- Applied Physics Letters.- 2020.-Vol. 116 (19). DOI: 10.1063/5.0007574

5. Visaria D., Jain A. Machine-learning-assisted space-transformation accelerates discovery of high thermal conductivity alloys // Applied Physics Letters, 2020. - Vol.117 (20). DOI: 10.1063/5.0028241

6. Jaffe G.R., Brar V.W., Lagally M.G., Eriksson M.A. A simple numerical method for evaluating heat dissipation from curved wires with periodic applied heating // Applied Physics Letters.- 2021. - Vol. 119 (16). DOI: 10.1063/5.0059648

7. Amrit J., Nemchenko K., Vikhtinskaya T. Effect of diffuse phonon boundary scattering on heat flow // Journal of Applied Physics, 2021. - Vol.129 (8). DOI: 10.1063/5.0036935

8. Сиковский Д. Ф. Методы вычислительной теплофизики. Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т.- 2013. - 98 с.

9. Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н. Matlab 7.- СПб.: БХВ-Петербург.- 2005. - 1104 с.

10. Дьяконов В.П. Matlab 6.0/6.1/6.5/6.5+SP1+Simulink 5/5. Обработка сигналов и изображений. - М.: СОЛОН-Пресс, 2005. - 592 с.

11. Mazakov T., Wójcik W., Jomartova Sh., Karymsakova N., Ziyatbekova G., Tursynbai A. The Stability Interval of the Set of Linear System // INTL Journal of Electronics and Telecommunication.- 2021.-Vol. 67, No. 2. - pp. 155-161. DOI: 10.24425/ijet.2021.135958

12. T.Zh. Mazakov, Sh.A. Jomartova, T.S. Shormanov, G.Z. Ziyatbekova, B.S. Amirkhanov, P. Kisala. The image processing algorithms for biometric identification by fingerprints // News of the national academy of sciences of the Republic of Kazakhstan. Series of Geology and Technical Sciences, 2020. - Vol. 1, No 439. - P. 14-22. ISSN 2518-170X (Online), ISSN 2224-5278 (Print). https://doi.org/10.32014/2020.2518-170X.2

13. Mazakova, A., Jomartova, S., Wójcik, W., Mazakov, T., Ziyatbekova, G. Automated Linearization of a System of Nonlinear Ordinary Differential Equations // International Journal of Electronics and Telecommunications.- 2023, Vol. 69 (4).-pp. 655-660. DOI: 10.24425/ijet.2023.147684

References

1. HI Forum mashinostroitelej Kazahstana. https://smkz.kz/premer-ministr-mashinostroenie-ostaetsya-v-fokuse-vnimaniya-pravitelstva/ - Data obrashhenija 15.12.2023 g.

2. Karpovich D.S., Susha O.N., Korovkina N.P., Kobrinec V.P. Analiticheskij i chislennyj metody reshenija uravnenija teploprovodnosti // Trudy BGTU. Fiziko-matematicheskie nauki i informatika, 2015. - № 6. - str.122-127.

3. Voronenko B.A., Krysin A.G., Pelenko V.V., Curanov O.A. Analiticheskoe opisanie processa nestacionarnoj teploprovodnosti. - SPb.: NIU ITMO; IHiBT, 2014. - 48 s.

4. Dede E.M., Yu Z., Schmalenberg P., Iizuka H. Thermal metamaterials for radiative plus conductive heat flow control.- Applied Physics Letters.- 2020.-Vol. 116 (19). DOI: 10.1063/5.0007574

5. Visaria D., Jain A. Machine-learning-assisted space-transformation accelerates discovery of high thermal conductivity alloys // Applied Physics Letters, 2020. - Vol.117 (20). DOI: 10.1063/5.0028241

6. Jaffe G.R., Brar V.W., Lagally M.G., Eriksson M.A. A simple numerical method for evaluating heat dissipation from curved wires with periodic applied heating // Applied Physics Letters.- 2021. -Vol. 119 (16). DOI: 10.1063/5.0059648

7. Amrit J., Nemchenko K., Vikhtinskaya T. Effect of diffuse phonon boundary scattering on heat flow // Journal of Applied Physics, 2021. - Vol.129 (8). DOI: 10.1063/5.0036935.

8. Sikovskij D. F. Metody vychislitel'noj teplofiziki. Novosibirsk: Novosib. gos. un-t.- 2013. - 98 s.

9.Anufriev I.E., Smirnov A.B., Smirnova E.N. Matlab 7.- SPb.: BHV-Peterburg.- 2005.-1104 s.

10. D'jakonov V.P. Matlab 6.0/6.1/6.5/6.5+SP1+Simulink 5/5. Obrabotka signalov i izobrazhenij. - M.: SOLON-Press, 2005.-592 s.

11. Mazakov T., Wójcik W., Jomartova Sh., Karymsakova N., Ziyatbekova G., Tursynbai A. The Stability Interval of the Set of Linear System // INTL Journal of Electronics and Telecommunication.- 2021.-Vol. 67, No. 2. - pp. 155-161. DOI: 10.24425/ijet.2021.135958

12. T.Zh. Mazakov, Sh.A. Jomartova, T.S. Shormanov, G.Z. Ziyatbekova, B.S. Amirkhanov, P. Kisala. The image processing algorithms for biometric identification by fingerprints // News of the national academy of sciences of the Republic of Kazakhstan. Series of Geology and Technical Sciences, 2020. - Vol. 1, No 439. - P. 14-22. ISSN 2518-170X (Online), ISSN 2224-5278 (Print). https://doi.org/10.32014/2020.2518-170X.2

13. Mazakova, A., Jomartova, S., Wójcik, W., Mazakov, T., Ziyatbekova, G. Automated Linearization of a System of Nonlinear Ordinary Differential Equations // International Journal of Electronics and Telecommunications.-2023, Vol. 69 (4).-pp. 655-660. DOI: 10.24425/ijet.2023.147684

Сведения об авторах

1. Мазаков Т.Ж. - доктор физико-математических наук, профессор, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан, e-mail: tmazakov@mail.ru;

2. Джомартова Ш.А. - доктор технических наук, доцент, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, e-mail: jomartova@mail.ru;

3. Зиятбекова Г.З. - PhD, и.о. доцент, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан, e-mail: ziyatbekova@mail.ru;

4. Тойкенов Г.Ч. - кандидат физико-математических наук, доцент, Казахская национальная академия искусств им. Т. Жургенова, e-mail: gumyrbektoike@mail.ru;

5. Аршидинова М.Т. - докторант Казахского национального университета им. аль-Фараби, научный сотрудник Института Информационных и вычислительных технологий КН МНВО РК, Алматы, Казахстан, e-mail: Mukaddas_arshidi@mail.ru;

6. Мазакова А.Т. - докторант Казахского национального университета им. аль-Фараби, e-mail: aigerym97@mail.ru

Information about the authors

1. Mazakov T.Zh. - Doctor of Physical and mathematical sciences, professor, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, e-mail: tmazakov@mail.ru;

2. Jomartova Sh.A. - Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, e-mail: jomartova@mail.ru;

3. Ziyatbekova G.Z. - PhD, Acting Associate Professor Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, e-mail: ziyatbekova@mail.ru;

4.Toikenov G.Ch.- Candidate of Physical and mathematical sciences, Associate Professor, Kazakh National Academy of Arts named after T. Zhurgenov, Almaty, Kazakhstan, e-mail: gumyrbektoike@mail.ru;

5. Arshidinova M.T. - PhD student of the Al-Farabi Kazakh National University; Researcher at the RSE Institute of Information and Computational Technologies of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan, e-mail: Mukaddas_arshidi@mail.ru;

6. Mazakova A.T. - PhD student of the Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan,

e-mail: aigerym97@mail.ru