МРНТИ 28.15.19 **https://doi.org/10.58805/kazutb.v.2.31-1504**

# УАҚЫТ КЕШІГУІ БАР ЖОҒАРЫ РЕТТІ КОММУТАЦИЯЛЫҚ СЫЗЫҚТЫҚ ЕМЕС ЖҮЙЕЛЕРДІ ГЛОБАЛЬДЫ ШЫҒЫС КЕРІ БАЙЛАНЫС АРҚЫЛЫ БАСҚАРУ

**[1,2]Г.Б. Бахадирова, [2]Н. Тасболатұлы, [2]Д.Б. Баумуратова, [3]К. Әлімхан, [4]Ш. Тураев**
*[1]С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық зерттеу университеті, Астана, Қазақстан,*
*[2]Астана халықаралық университеті, Астана, Қазақстан,*
*[3]Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан,*
*[4]Ақпараттық технологиялар колледжі, Біріккен Араб Әмірліктері университеті, Әл-Айн, Біріккен Араб Әмірліктері*
*Корреспондент-автор: tasbolatuly@gmail.com*

Уақыт кешігуінің болуы жүйенің жұмысына айтарлықтай әсер ететіні белгілі, ол көбінесе басқару жүйесінің жұмысының нашарлауына әкеледі және желілік басқару жүйелеріне, энергия тасымалдауға қатысты көптеген маңызды физикалық, өндірістік және инженерлік проблемаларда орнықсыздыққа, тербеліске және нашар өнімділікке әкелуі мүмкін. Сондықтан уақыт кешігуі бар жүйелерін зерттеу маңызды практикалық маңызға ие және соңғы жылдары көп көңіл бөлінуде.

Бұл мақалада уақыт кешігуі бар жоғары ретті коммутациялық сызықтық емес жүйелер үшін шығыс кері байланысын орнықтандыру проблемасына баса назар аударылады. Дәрежелер және сызықтық емес мүшелер коммутациялық сигналға тәуелді. Қуат интеграторды қосу әдісін және біртекті үстемдік тәсілін қайта қарау арқылы сызықтық емес жүйелерді глобальды деңгейде асимптотикалық тұрғыдан орнықты ететін шығыс кері байланысын басқару заңын мұқият түрде жобалау үшін интервалдық біртекті үстемдік әдісі деп аталатын жаңа жобалау әдісі ұсынылады. Орнықтылық талдау үшін тиісті Ляпунов-Красовский функционалын құру арқылы алынған тұйық жүйенің глобальды асимптотикалық орнықты екені көрсетілген. Мақалада ұсынылған, қарастырылған әдістің негізділігін көрсетіп, дәлелдеуге арналған жоғары ретті коммутациялық сызықтық емес жүйенің екі мысал есебі келтіріліп, компьютерде моделденді.

**Түйін сөздер:** сызықтық емес жүйе, кері байланыс, глобальды, орнықты, қуат интеграторы.

# УПРАВЛЕНИЕ КОММУТАЦИОННЫМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА С ЗАДЕРЖКОЙ ВРЕМЕНИ С ПОМОЩЬЮ ГЛОБАЛЬНОЙ ВЫХОДНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

**[1,2]Г.Б. Бахадирова, [2]Н. Тасболатұлы, [2]Д.Б. Баумуратова, [3]К. Әлімхан, [4]Ш. Тураев**
*[1]Казахский агротехнический исследовательский университет имени С. Сейфуллина, Астана, Казахстан,*
*[2]Международный университет Астана, Астана, Казахстан,*
*[3]Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан,*
*[4]Колледж информационных технологий, Университет Объединенных Арабских Эмиратов, Эль-Айн, Объединенные Арабские Эмираты*
*e-mail: tasbolatuly@gmail.com*

Известно, что наличие временной задержки оказывает существенное влияние на производительность системы, часто приводя к ухудшению характеристик системы управления и может вызывать нестабильность, колебания и низкую эффективность во многих важных физических, промышленных и инженерных задачах, связанных с системами управления сетями и передачей энергии. Поэтому изучение систем с временной задержкой имеет большое практическое значение и в последние годы привлекает к себе много внимания.

В данной работе рассматривается проблема стабилизации обратной связи по выходу для нелинейных систем высокого порядка с переключением и временной задержкой. Степени и нелинейные члены зависят от сигнала переключения. Путем обзора метода соединения интеграторов мощности и метода однородного доминирования предлагается новый метод проектирования, называемый методом интервального однородного доминирования, для тщательного проектирования закона управления с обратной связью по выходу, обеспечивающего асимптотическую устойчивость

нелинейных систем на глобальном уровне. Показано, что замкнутая система, полученная путем построения соответствующего функционала Ляпунова-Красовского для анализа устойчивости, является глобально асимптотически устойчивой. Для демонстрации и доказательства обоснованности предложенного и рассмотренного метода представлены и смоделированы на компьютере две задачи, представляющие собой переменную нелинейную систему высокого порядка.

**Ключевые слова:** нелинейная система, обратная связь, глобальная устойчивость, интегратор мощности.

## GLOBAL OUTPUT FEEDBACK CONTROL OF HIGH-ORDER SWITCHED NONLINEAR SYSTEMS WITH TIME DELAYS

**[1]G.B. Bakhadirova, [2]H. Tasbolatuly✉, [3]K. Alimhan, [2]D.B. Baumuratova, [4]Sh. Turaev**

*[1]S. Seifullin Kazakh agrotechnical research university, Astana, Kazakhstan;*
*[2]Astana International University, Astana, Kazakhstan,*
*[3]L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan,*
*[4]College of Information Technology, United Arab Emirates University Al Ain, United Arab Emirates,*
*e-mail: tasbolatuly@gmail.com*

It is known that the presence of time delay has a significant impact on the system performance, often leading to a deterioration in the performance of the control system and can lead to instability, oscillations and poor performance in many important physical, industrial and engineering problems related to network control systems and energy transmission. Therefore, the study of systems with time delay is of great practical importance and has received much attention in recent years.

This paper focuses on the problem of stabilizing the output feedback for high-order switching nonlinear systems with time delay. The degrees and nonlinear terms depend on the switching signal. By reviewing the power integrator connection method and the homogeneous dominance method, a new design method called the interval homogeneous dominance method is proposed to carefully design the output feedback control law that makes nonlinear systems asymptotically stable at the global level. It is shown that the closed-loop system obtained by constructing the appropriate Lyapunov-Krasovsky functional for stability analysis is globally asymptotically stable. In order to demonstrate and prove the validity of the proposed and considered method, two example problems of a high-order alternating nonlinear system are presented and simulated on a computer.

**Keywords:** nonlinear system, feedback, global, stability, power integrator.

**Кіріспе.** Коммутациялық жүйелерді гибридті жүйелердің типтік класы ретінде қарастыру, соңғы онжылдықтарда ғалымдардың аса назарын аударып, зерттелуде [1]. Коммутациялық жүйелер, арнайы гибридті жүйелердің бір түрі ретінде қарастырудың себебі коммутацияланған жүйелерді коммутациялық мүмкіндіктерді көрсететін әртүрлі нақты әлемдегі жүйелерді модельдеу үшін тиімді пайдалануға болады. Әдетте, коммутацияланған жүйе ішкі жүйелер тобынан және ішкі жүйелер арасындағы коммутацияны басқаратын коммутациялық сигналдан тұрады [2].

Коммутациялық жүйелер маңызды динамикалық жүйелер болып табылады. Коммутациялық жүйелерді зерттеуге себеп коммутациялық жүйелердің механикалық жүйелерді, энергетикалық жүйелерді, ұшақтарды және қозғалысты басқаруды басқаруда көптеген қолданылуынан туындайды. Коммутация идеясы әуе кемелерінің қатынасын бақылау, экологиялық динамика және қаржы нарықтары сияқты әртүрлі салаларда кеңінен қолданылады. Жүйелік архитектураның күрделене түсуіне байланысты коммутацияланған жүйелерді динамикалық талдау айтарлықтай ғалымдардың қызығушылығын тудырды. Коммутациялық жүйе үздіксіз уақыт динамикасының, дискретті уақыт динамикасының және ішкі жүйелер арасындағы ауысу ережелері-

нен тұрады [3].

Айта кету керек, уақыт кешігуі көптеген инженерлік жүйелерде, мысалы, электр желілерінде, желілік басқару жүйелерінде, химиялық реактор жүйелерінде және т.б. бар. Бұл жүйелерде уақыт кешігуі орнықсыздық пен нашар өнімділіктің көзі болып табылады. Сондықтан, бұл орнықтылықты талдауды және контроллерді жобалау күрделі және қиын етеді. Уақыт кешігуі басқару жүйелерінде кең таралған құбылыс болып табылады. Ол микротолқынды осцилляторлар және механикалық жетектер және механикалық басқару құралдарында қолданылады. Сонымен қатар жүйе жағдайларында кешігудің болуы басқару жүйесіндегі орнықсыздығы және төмен өнімділікке әкелуі мүмкін [4].

Орнықты ішкі жүйелердің болмауына байланысты, барлық орнықсыз ішкі жүйелері бар коммутациялық жүйелердің тұрақтылығын талдау күрделірек. Барлық орнықсыз ішкі жүйелері бар коммутациялық жүйелерді орнықтандыру үшін тиісті коммутация ережелерін қалай жобалау қызықты және қиын мәселеге айналды. Әдетте, коммутация ережелерін екі бағытпен жобалауға болады: уақытқа тәуелді коммутация және күйге тәуелді коммутация. Біріншісінің негізгі мәні коммутацияланған жүйелерді орнықтандыру үшін коммутациялық күйлерді орнықтандыруды пайдалану болып табылады және жобаланған коммутация ережелерінде әдетте жоғарғы және төменгі шекаралар болады [5].

Басқару теориясындағы өзекті мәселелердің бірі уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйелер үшін орнықтандыру және шығыс сигналын берілген траекторияға ізге түсіру мақсатында басқару заңын құру болып табылады. Алайда бұл бағыттағы зерттеулер әлі де жеткіліксіз. Мысалы, [6-7] еңбектерде қарастырылған әдістер тек қана күй кері байланысы қарастырылған, біздің қарастырып отырған мақаланың ерекшелігі уақыт кешігуі бар жоғары ретті коммутациялық сызықтық емес жүйелерді глобальды шығыс кері байланыс арқылы басқару болып табылады.

Уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйеде Ляпунов-Красовский әдісін қолдану орнықтылықты талдауда және бақылауда қуатты құрал болып табылады [8].

Ляпунов-Красовский әдісі және Ляпунов-Разумихин әдісі уақыт кешігуінен туындаған орнықсыздық пен төмен өнімділікпен күресудің екі қуатты құралы болып табылады. Біртекті үстемдік тәсіліне және Ляпунов-Красовский функционалдық әдісі уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйелер класын орнықтандыру үшін шығыс кері байланыс контроллерін жасады. Рекурсивті жобалау әдісіне сүйене отырып, [9] еңбекте кірісі мен күйі уақыт кешігуіне ұшырайтын алға бағытталған сызықтық емес жүйе үшін жаһандық тұрақтандыруға қол жеткізу үшін екі түрлі жаңа сызықтық емес басқару заңдары ұсынылады. Коммутацияланған К сүзгілеріне сүйене отырып, [10] еңбекте уақыт кешігумен және модельденбеген динамикасы бар анықталмаған сызықтық емес жүйелер үшін бейімделгіш бұлдыр шығыс кері байланысын бақылауды басқару мәселесі талқыланды. Бірден келесі сұрақ туындауы мүмкін: Қуатты шектеуді жеңілдету және жүйенің қуаттары да, сызықтық еместері де коммутациялық сигналдарға тәуелді болатын уақыт кешігуі бар жоғары ретті коммутацияланған сызықтық емес жүйелер класын орнықтандыру үшін тиімді біртекті шығыс кері байланыс контроллерін жобалаймыз. Біз жоғары ретті коммутациялық сызықтық емес жүйелер класы үшін глобальды шығыс кері байланысын басқару есебін шешеміз.

Зерттеудің ғылыми жаңалығы уақыт кешігуі бар жоғары ретті коммутациялық сызықтық емес жүйелер үшін интервалдық біртекті үстемдік әдісін, қуат интеграторын қосу әдісін және Ляпунов-Красовский функционалын біріктіру арқылы жаңа глобальды шығыс кері байланыс контроллерін ұсыну болып табылады. Ұсынылған тәсіл жүйе дәрежелері мен сызықтық емес мүшелері коммутациялық сигналға тәуелді болған жағдайда глобальды асимптотикалық орнықтылықты қамтамасыз етеді.

**Материалдар мен әдістер.** Біз жоғары ретті коммутациялық сызықтық емес жүйелер класы үшін глобальды шығыс кері байланысын басқару есебін шешеміз, ол келесідей сипатталады:

$$\begin{aligned}\dot{\eta}_i(t) &= \eta_{i+1}^{p_i,\sigma(t)}(t) + \phi_{i,\sigma(t)}(t,\bar{\eta}_i(t),\bar{\eta}_i(t-d_i(t))), \quad i \in N^-,\\ \dot{\eta}_n(t) &= \eta_{\sigma(t)}^{p_n,\sigma(t)}(t) + \phi_{n,\sigma(t)}(t,\eta(t),\eta(t-d_n(t))),\\ y(t) &= \eta_1(t)\end{aligned} \tag{1}$$

мұндағы $\eta(t) = (\eta_1(t), \eta_2(t), ..., \eta_n(t))^T \in \mathbb{R}^n$- жүйенің күйі, $u(t) \in \mathbb{R}$, және $y(t) = \zeta_1(t)$ кірісі және шығысы;$\bar{\eta}_i(t) = (\eta_1(t), \eta_2(t), ..., \eta_i(t))^T, \bar{\eta}_i(t - d_i(t)) = (\eta_1(t - d_1(t)), \eta_2(t - d_2(t)), ..., \eta_i(t - d_i)))^T, i \in N, i \in N, d_i(t) : R_+ \to [0, d_i]$ $d_i$ және $h_i$ тұрақтылары үшін, уақыт кешігуі $d_i(t) \le h_i < 1$ мәнін қанағаттандыратын, жүйенің бастапқы шарты $\eta(\theta) = x_0\theta \in [-d, 0]$ және $d = \max\{d_1, ...d_n\}$ $R_+-$оң нақты сандар болып табылады. $\sigma(t) : [0, +\infty) \to \mathscr{M} = \{1, 2, ..., m\}$- уақыт функциясында үзіліссіз (оң жақтан) бөліктік үзіліссіз деп есептелетін ауысу сигналы, әрбір$(i, k) \in N \times \mathscr{M}, p_{i,k} \in R_{odd}^{\ge 1}$, тақ, және сызықтық емес функциялар $\phi_{i,k}(\cdot)$ : $\mathrm{R} \times \mathrm{R}^i \times \mathrm{R}^i \to R$болып табылатын сызықтық емес функциялар $\phi_{i,k}(t, 0, 0) = 0$шартын қанағаттандыратын үздіксіз функциялар.

Бұл мәселені шешу үшін алдымен қуат интеграторы әдісін және Ляпуновтың жалпы функциясын қосу арқылы жүйенің номиналды бөлігін орнықтандыру үшін шығыс кері байланыс контроллерін жасаймыз. Содан кейін, біртекті үстемдік тәсілін қолдану және тиісті Ляпунов-Красовский функционалдығын сәтті таңдау арқылы, кешігуге тәуелсіз критерий беріледі. Бұл мақаланың негізгі үлестерін келесідей қорытындылауға болады: біз бұрын коммутацияланбаған сызықтық емес жүйелер үшін жасалған әдіснаманы (1) жүйені орнықтандыру үшін кеңейттік және жобалау әдісін және Ляпунов-Красовский функционалды әдісін біріктіріп, (1) жүйе үшін жаңа басқару схемасын ұсынамыз.

*Белгілеулер.* $N_0 = \{0, 1, 2, \ldots\}$, $\mathrm{N} = \{1, 2, \ldots, n\}$, $N^- = \{1, 2, \ldots, n-1\}$. $R$ нақты сандар жиынының белгісі болса, $R_+-$ нақты оң сандар жиыны, $R^i, i \in N, i-$өлшемді Евклидтік кеңістік, $R_{odd}^{\ge 1} \triangleq \{\vartheta \in R \,|\, \vartheta \ge 1$ және $\vartheta$ -тақ бүтін сандардың қатынасы $\}$ $\|\cdot\| -$Евклид нормасы болса, $K$класына жататын $R_+ \to R_+$ үздіксіз болып табылады, қатаң нөлге көбейтуге болатын функциялар, $K$ класына жататын және шектелмеген барлық функциялардың $K_\infty$ жиынды білдіреді [11].

*Анықтама 1.* [12] мақалада нақты сандар$r_i > 0, i = 1, 2, .., n$ координаталары$(x_1, x_2, ..., x_n) \in R^n, \forall \varepsilon > 0$ :

1) $\Delta_\varepsilon(x)$ кеңеюі $\Delta_\varepsilon(x) = (\varepsilon^{r1}x_1, \varepsilon^{r2}x_2, \varepsilon^{rn}x_n)$ арқылы анықталса, $r_i$ бірге координаттар салмағы. Кеңейту салмағы $\Delta = (r_1, r_2, ..., r_n)$ анықтаймыз,

2) $V \in C(R^n, R)$ функция біртекті $\tau$ дәрежелі, олай болса нақты сан $\tau \in R$болса, келесідей шарт орындалады: $\forall x \in R^n/\{0\}$, $V(\Delta_\varepsilon(x)) = \varepsilon^\tau \mathrm{V}\ (x_1,\ x_2, \ldots,\ x_n)$;

3) $f \in C(R^n, R^n)$ векторлық өрісі τ дәрежелі біртекті болса, нақты $\tau \in R$сан үшін, $i = 1, 2, ..., n, \forall x \in R^n/\{0\}, f_i(\Delta_\varepsilon(x)) = \varepsilon^{\tau+r_i} f_i(x_1, x_2, ..., x_n)$ болады.

4) $\|x\|_{\Delta,p} = (\sum_{i=1}^n \left|x_i\right|^{p/r_i})^{1/p}, \forall x \in \mathbb{R}^n$білдіреді, тұрақты $p \ge 1$ үшін біртекті $p$ -норманы болып табылады, $p = 2$таңдасақ, $\|x\|_\Delta$ -ны $\|x\|_{\Delta,2}$түрінде болады.

Уақыт кешігуі бар жүйені қарастырсақ,

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t - d(t))) \tag{2}$$

мұнда $x(t) \in R^n-$бастапқы мәні $x_0 f : R \times C([-d, 0], R^n) \to R^n, d(t) : R_+ \to [0, d]$ - уақыт аралығындағы уақыт кешігуі болып табылады.

*Анықтама 2.* [13] $t_0 \in \mathfrak{R}$ және $\varepsilon > 0$ үшін $\delta = \delta(t_0, \varepsilon) > 0$болса, $\|x(t)\| \le \varepsilon$ жүйелерге арналған (2) жүйенің $x_0$тривиальды шешімі орнықты болып табылады:

а) кез-келген $t_0 \in \mathfrak{R}$ үшін, $\varepsilon > 0$және $\delta_a = \delta_a(t_0, \varepsilon) > 0$ бар, $\lim_{t\to\infty} x(t) = 0, \|x(t)\| \le \varepsilon t \ge t_0, \left\|x_0\right\| < \delta$. шарты орындалса, (2) жүйелер үшін $x_0$тривиальды шешімі асимптотикалық орнықты болып табылады;

ә) (2) жүйенің тривиальды шешімі $x_0$, егер ол асимптотикалық болса, глобальды асимптотика-

лық тұрақты болады, кез келген $t \geq t_0, x_0 \in \Re$ үшін орнықты деп аталады.

*Лемма 1.* **V** болса: $R^n \to R$біртекті функциясы, ал оның $\tau$дәрежесі кеңейту салмағына $\Delta$ қатысты келесі тұжырымдар сақталады:

б) $\frac{\partial V}{\partial x_i}$ - $\tau - r_i$- біртекті дәрежесі, ал $r_i$−бұл$x_i$ үшін біртекті салмағы болып табылады;

в) $\bar{c}$ тұрақты бар, $V(x) \leq \bar{c}\,\|x\|_{\Delta}^{\tau}$. Осылайша, $V(x)$ оң анықталған болса, $V(x) \geq \bar{c}\,\|x\|_{\Delta}^{\tau}$оң тұрақты үшін$\bar{c}$ болады.

Біз (1) жүйе үшін біртекті шығыс кері байланыс контроллерлерін қуат интеграторы әдісін және біртекті үстемдік әдісін қосу арқылы жобалаймыз.

*Номиналды сызықтық емес жүйеге арналған шығыс кері байланыс контроллерін жобалау*

Қуат интегратор техникасын қоса отырып, номиналды сызықтық емес жүйе үшін біртекті шығыс кері байланыс контроллері ретінде сипаттауын құрастырсақ,

$$\dot{x}_i = x_{i+1}^{p_{i,\sigma(t)}}, i \in N^-, \dot{x}_n = \nu_{\sigma(t)}^{p_{n,\sigma(t)}}, y = x_1 \quad (3)$$

мұндағы $x = (x_1, x_2, ..., x_n)^T \in R^n, \nu \in R$және $y \in R$ жүйенің күйі, кіріс және шығыс басқару элементтері $l_i > 0, \quad i \in N^-, \quad \beta_j > 0, \quad j \in N$шарттары орындалса, біртекті шығыс кері байланыс контроллерін сәйкесінше кіріс және шығыс бойынша келесідей тұжырымдауға болады:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_2 &= -l_1 \hat{x}_2^{p_1,\sigma(t)}, \\ \hat{x}_2 &= \left(\xi_2 + l_1 x_1\right)^{\frac{r_2}{r_1}}, \\ \dot{\xi}_i &= -l_{i-1} \hat{x}_i^{p_{i-1},\sigma}, \\ \hat{x}_i &= \left(\xi_i + l_{i-1}\hat{x}_{i-1}\right)^{\frac{r_i}{r_{i-1}}}, \quad i = 3, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

$$\upsilon_\sigma(t) = -\beta_n \left( \hat{x}_n^{\frac{1}{r_n}} + \beta_{n-1}^{\frac{1}{r_n}} \left( \hat{x}_{n-1}^{\frac{1}{r_{n-1}}} + \cdots + \beta_2^{\frac{1}{r_3}} \left( \hat{x}_2^{\frac{1}{r_2}} + \beta_1^{\frac{1}{r_2}} x_1 \right) \cdots \right) \right)^{r_{n+1}}, \quad (5)$$

мұнда $r_i$'s бірге анықталады:

$$r_1 = 1, \quad r_{i+1} p_{ik} = r_i + \tau_k, \quad i \in N$$

(3) теңдеудегі сызықтық емес жүйені желілік емес жүйені глобальды орнықтандырады.

*Дәлелдеу.* $X := (x_1, ..., x_n, \xi_2, ..., \xi_n)^T$ үшін W қатысты оң анықталған және дұрыс Ляпунов функциясы бар

$$\begin{aligned} W = &\sum_{i=1}^{n} \int_{x_i^*}^{x_i} \left( s^{\frac{1}{r_i}} - x_i^{*\frac{1}{r_i}} \right)^{2-r_i} ds \\ &+ \sum_{i=2}^{n} \int_{(\xi_i + l_{i-1}x_{i-1})x_i}^{x_i^{\frac{2-r_i-1}{r_i}}} \frac{2-r_i-1}{r_i} \times \left( s^{\frac{r_i-1}{2-r_i-1}} - (\xi_i + l_{i-1}x_{i-1}) \right) ds, \end{aligned} \quad (6)$$

мұнда $x_1^* = 0, ..., x_n^*$ анықталған виртуалды контроллерлер жиыны болып табылады.

$$\begin{aligned} x_1^* &= 0, \quad \xi_1 = x_1^{\frac{1}{r_1}} - x_1^{*\frac{1}{r_1}}, \\ x_i^* &= -\beta_{i-1}\xi_{i-1}^{r_i}, \quad \xi_i = x_i^{\frac{1}{r_i}} - x_i j^{\frac{1}{r_i}}, \quad i = 2, \dots, n \end{aligned} \quad (7)$$

Кеңейту салмағы келесідей таңдалады, $\Delta = (\underbrace{r_1, \dots, r_n}_{\text{for } x_1,\dots,x_n}, \underbrace{r_1, \dots, r_{n-1}}_{\text{for } \xi_2,\dots,\xi_n})$ (8)

$$
\begin{aligned}
W(\Delta_\varepsilon(X)) &= \sum_{i=1}^{n} \int_{\varepsilon^{r_i} x_i^*}^{\varepsilon^{r_i} x_i} \left( s^{\frac{1}{r_i}} - \varepsilon x_i^{*\frac{1}{r_i}} \right)^{2-r_i} ds \\
&\quad + \sum_{i=2}^{n} \int_{(\varepsilon^{r_i-1}\xi_i + l_{i-1}\varepsilon^{r_{i-1}} x_{i-1})^{\frac{2-r_i-1}{r_i-1}}}^{(\varepsilon^{r_i} x_i)^{\frac{2-r_i-1}{r_i}}} \frac{2-r_i-1}{r_i} \times \left( s^{\frac{r_i-1}{2-r_i-1}} - (\varepsilon^{r_i-1}\xi_i + l_{i-1}\varepsilon^{r_{i-1}} x_{i-1}) \right) ds \\
&= \sum_{i=1}^{n} \int_{x_i^*}^{x_i} \left( \varepsilon \theta_1^{\frac{1}{r_i}} - \varepsilon x_i^{*\frac{1}{r_i}} \right)^{2-r_i} \varepsilon^{r_i} d\theta_1 \\
&\quad + \sum_{i=2}^{n} \int_{(\xi_i + l_{i-1} x_{i-1})^{\frac{2-r_i-1}{r_i-1}}}^{x_i^{\frac{2-r_i-1}{r_i}}} \frac{2-r_i-1}{r_i} \times \left( \varepsilon^{r_i-1} \theta_2^{\frac{r_i-1}{2-r_i-1}} - (\varepsilon^{r_i-1}\xi_i + l_{i-1}\varepsilon^{r_{i-1}} x_{i-1}) \right) \times \varepsilon^{2-r_i-1} d\theta_2 \\
&= \varepsilon^2 W(X)
\end{aligned}
$$

Бұл дегеніміз $W$ біртекті дәрежесі 2 екенін, $\Delta$бірге $\theta_1 = \epsilon^{-r_i}$және $\theta_2 = \epsilon^{r_i-2} s$болады. $X$ анықтамасы бойынша тұйық жүйе (3) -(4) ретінде қайта жазуға болады:

$$
\begin{aligned}
\phi_{n+1,\sigma(t)} &= -l_1 \hat{x}_2^{p_{1,\sigma(t)}}, \\
\phi_{2n-1,\sigma(t)} &= -l_{n-1} \hat{x}_n^{p_{n-1,\sigma(t)}}
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Орнықты $\alpha_k > 0$ болса, $\dot{W} = \dfrac{\partial W}{\partial X} F_k(X) \le -\alpha_k \|X\|^{2+\tau_k}$ (10)

*Жүйеге арналған шығыс кері байланыс контроллерлерін жобалау.*

(1) жүйеге арналған контроллерлер 1 лемма негізінде, біртекті үстемдік әдісін қолданып, келесі болжамдар ұсынылады:

*Болжам 2.* $(i,k) \in N \times \mathscr{M}$, әрқайсысы үшін тұрақты мәндер $c_k > 0$ және $\tau_k \in (-\frac{1}{1+\sum_{l-1}^{n-1}(p_{1,k}\cdots p_{l,k})}, 0)$, $\left|\phi_{i,k}(\cdot)\right|$болады. $\le c_k \left( \sum_{j=1}^{i} \left|n_j(t)\right|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_j}} + \sum_{j=1}^{i} \left|\eta_j(t-d_j(t))\right|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_j}} \right)$.

Келесі координаталардың өзгеруі енгізіледі.

$$
\begin{aligned}
x_i &= \frac{\eta_i}{\varpi_i}, \quad i \in N, \quad \text{және} \quad v_{\sigma(t)} = \frac{u_{\sigma(t)}}{\varpi_{n+1}}, \\
\varpi_i &= L_i^{q_{i,\sigma(t)}}, \quad i = 1, 2, \dots, n+1, \quad q_{1,\sigma(t)} = 0, \\
q_{i+1,\sigma(t)} &= \frac{q_{i,\sigma(t)} + 1}{p_{i,\sigma(t)}}, \quad 1 \le L_{1,\sigma(t)} \le L_{2,\sigma(t)} \le \cdots \le L_{n,\sigma(t)} \le L_{n+1,\sigma(t)}
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Сәйкесінше (1) жүйе:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= \bar{L}_{i,\sigma(t)} x_{i+1}^{p_{i,\sigma(t)}} + \frac{\phi_{i,\sigma(t)}(\cdot)}{\varpi_i}, \quad i \in N^-,\\ \dot{x}_n &= \bar{L}_{n,\sigma(t)} \nu_{\sigma(t)}^{p_{n,\sigma(t)}} + \frac{\phi_{n,\sigma(t)}(\cdot)}{\varpi_n},\\ y &= x_1\end{aligned} \tag{12}$$

мұнда $\bar{L}_{i,\sigma(t)} = L_{i+1,\sigma(t)}^{q_{i,\sigma(t)}+1} / L_{i,\sigma(t)}^{q_{i,\sigma(t)}}$. (5) қатынасты рекурсивті пайдалана отырып, келесі қорытынды жасауға болады:

$$\begin{aligned}&\tau_k \in \left( -\frac{1}{1+\sum_{l=1}^{n-1} p_{1,k}\cdots p_{l,k}}, 0 \right), \quad 1 < \frac{q_{2,k}}{r_2} \le \frac{q_{3,k}}{r_3} \le \cdots \le \frac{q_{n,k}}{r_n},\\ &\frac{q_{2,k}}{r_2} = \frac{1}{\tau_k + 1}, \quad \frac{q_{3,k}}{r_3} = \frac{1+p_{1,k}}{(1+p_{1,k})\tau_k + 1},\\ &\frac{q_{i,k}}{r_i} = \frac{1 + p_{1,k} + \cdots + p_{1,k}p_{2,k}\cdots p_{i-2,k}}{(1 + p_{1,k} + \cdots + p_{1,k}p_{2,k}\cdots p_{i-2,k})\tau_k + 1}, \quad i = 4, \ldots, n\end{aligned} \tag{13}$$

$L_{n,\sigma(t)} \le L_{n+1,\sigma(t)}$болса, (13) және (2) болжамы бойынша:

$$\begin{aligned}\left|\frac{\phi_{i,\sigma(t)}(\cdot)}{\varpi_i}\right| &\le \frac{c_k}{\varpi_i}\left(\sum_{j=1}^{i} |\varpi_j x_j|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_j}} + \sum_{j=1}^{i} |\varpi_j x_j(t-d_j(t))|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_j}}\right)\\ &\le c_k L_{i,k}^{q_{i,k}\frac{r_i-\tau_k}{r_i} - q_{i,k}} \times \left(\sum_{j=1}^{i} |x_j|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_j}} + \sum_{j=1}^{i} |x_j(t-d_j(t))|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_j}}\right)\\ &\le c_k \left(\sum_{j=1}^{i} |x_j|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_j}} + \sum_{j=1}^{i} |x_j(t-d_j(t))|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_j}}\right)\end{aligned} \tag{14}$$

$\bar{L}_{j,\sigma(t)}, j \in N$, 1 лемма ескере отырып, (12) жүйеге арналған біртекті контроллер төмендегідей болады:

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_2 &= -\bar{L}_{1,\sigma(t)} l_1 \hat{x}_2^{p_{1,\sigma(t)}}, \quad \hat{x}_2 = (\xi_2 + l_1 x_1)^{\frac{r_2}{r_1}},\\ \dot{\xi}_i &= -\bar{L}_{i-1,\sigma(t)} l_{i-1} \hat{x}_i^{p_{i-1,\sigma(t)}},\\ \hat{x}_i &= (\xi_i + l_{i-1}\hat{x}_{i-1})^{\frac{r_i}{r_{i-1}}}, \quad i = 3, \ldots, n\end{aligned} \tag{15}$$

(4) және (11)-ді біріктірсек, (1) жүйеге арналған біртекті шығыс кері байланыс контроллері мыналар ретінде жобалануы мүмкін:

$$u_{\sigma(t)} = -L_{n+1,\sigma(t)}^{q_{n+1,\sigma(t)}} \beta_n \left( \hat{x}_n^{\frac{1}{r_n}} + \beta_{n-1}^{\frac{1}{r_n}} \left( \hat{x}_{n-1}^{\frac{1}{r_{n-1}}} + \cdots + \beta_2^{\frac{1}{r_3}} \left( \hat{x}_2^{\frac{1}{r_2}} + \beta_1^{\frac{1}{r_2}} x_1 \right) \ldots \right) \right)^{r_{n+1}} \tag{16}$$

*Орнықтылықты талдау.* Бұл мақаланың негізгі нәтижелерін келесі теорема ретінде қорытындылауға болады.

*Теорема 1.* Екінші болжам бойынша, уақыт кешігуі бар жоғары ретті коммутациялық сызықтық емес жүйе (1) үшін глобальды асимптотикалық орнықтандыру есебін шешуге болатындай біртекті шығыс кері байланыс контроллерлері бар.

*Дәлелдеу:* (9) формулаға сәйкес, тұйық циклді жүйе (12)–(15)–(4) келесідей қайта жазылуы мүмкін:

$$\dot{X} = diag(\bar{L}_{1,\sigma(t)}, \dots, \bar{L}_{n,\sigma(t)}, \bar{L}_{1,\sigma(t)}, \dots, \bar{L}_{n-1,\sigma(t)}) \times F_{\sigma(t)}(X) + \left( \frac{\phi_{1,\sigma(t)}(\cdot)}{\varpi_1}, \dots, \frac{\phi_{n,\sigma(t)}(\cdot)}{\varpi_n}, 0, \dots, 0 \right)^T \tag{17}$$

Уақыт кешігуін шешу үшін біз Ляпунов функциясына (6) негізделген Ляпунов-Красовский функционалын құрдық,

$$V(X) = W(X) + T(X),$$
$$T(X) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\varsigma}{1+h_i} \int_{t-d_i(t)}^{t} \|X(s)\|_{\Delta}^{2+\tau_k} ds \tag{18}$$

мұндағы $\varsigma-$кейінірек анықталатын оң параметр, $W(X)$үздіксіз, оң анықталған және радиалды шектелмегендіктен, $K_\infty$класының $\bar{\varphi}_1(\cdot)$, $\bar{\varphi}_2(\cdot)$екі функциясы бар, сондықтан

$$\bar{\varphi}_1(|X|) \le W(X) \le \varphi_2(|X|) \tag{19}$$

3-леммадан $\bar{c}$ және $\bar{c}$ екі оң тұрақты бар,

$$\bar{c}\|X\|_{\Delta}^{2+\tau_k} \le T(X) \le \bar{c}\|X\|_{\Delta}^{2+\tau_k}, \tag{20}$$

мұндағы $T(X)$ - біртекті дәрежесі $2 + \tau_k$болатын оң анықталған функция. Сол сияқты, келесі теңсіздік орындалады

$$\varphi_3(|X|) \le T(X) \le \varphi_4(|X|) \tag{21}$$

екі $K_\infty$класының $\varphi_3(\cdot)$және $\varphi_4(\cdot)$функцияларымен , $d_i(t) : R^+ \to [0, d_i], \quad i \in N$, келесі түрде болады:

$$\begin{aligned}
\frac{\varsigma}{1+h_i} \int_{t-d_i(t)}^{t} \|X(s)\|_{\Delta}^{2+\tau_k} ds &\le \tilde{c}_i \int_{t-d_i}^{t} \varphi_{5,i}(|X(s)|)\, ds \\
&\le \tilde{c}_i \int_{-d_i}^{0} \varphi_{5,i}(X(\delta+t))\, d(\delta+t) \\
&\le \hat{c}_i \sup_{-d_i \le \delta \le 0} \varphi_{5,i}(|X(\delta+t)|) \\
&\le \varphi_{6,i}\left( \sup_{-d_i \le \delta \le 0} |X(\delta+t)| \right), \quad i \in N
\end{aligned}$$

мұнда $\varphi_{5,i}(\cdot)$және$\varphi_{6,i}(\cdot) - K_\infty$ функциялар, ал, $\tilde{c}_i$және $\tilde{c}_i, i \in N$ оң тұрақтылар болса,

$(|X| \le \sup_{-d \le \delta \le 0} |X(\delta+t)|$ және

екендігіне байланысты, $[\varphi_2(|X|) \le \varphi_2(\sup_{-d \le \delta \le 0} |X(\delta+t)|)$ және $\varphi_{6,i}\left(\sup_{-d_i \le \delta \le 0} |X(\delta+t)|\right) \le \varphi_{6,i}\left(\sup_{-d \le \delta \le 0} |X(\delta+t)|\right)$. Демек, $\bar{\varphi}_1(\cdot) = \varphi_2(\cdot) + \sum_{i=1}^{n} \varphi_{6,i}(\cdot)$ түрінде анықталатын $K_\infty$класының функциясы,

$$\bar{\varphi}_1(|X|) \le V(X) \le \bar{\varphi}_1\left( \sup_{-d \le \delta \le 0} |X(\delta+t)| \right) \tag{22}$$

(9) және (10) теңдеулерін біріктіре отырып, тұйық цикл жүйесінің траекториясы бойынша $V(X)$ уақыт туындысын келесідей алуға болады

$$\dot{V}(X) \le -L\alpha_k \|X\|_{\Delta}^{2+\tau_k} + \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial W}{\partial X_i} \frac{\phi_{i,\sigma(t)}(\cdot)}{\varpi_i} \right| + \sum_{i=1}^{n} \frac{\varsigma}{1+h_i} \|X\|_{\Delta}^{2+\tau_k} - \varsigma \sum_{i=1}^{n} \|X(t-d_i(t))\|_{\Delta}^{2+\tau_k} \qquad (23)$$

мұндағы $L = \min_{i\in\mathbb{N},k\in\mathscr{M}}\{\bar{L}_{i,k}\}$. Енді біз келесі терминді бағалаймыз: $\sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial W}{\partial X_i} \frac{\phi_{i,\sigma(t)}(\cdot)}{\varpi_i} \right|$ (14)-тен $\frac{\phi_{i,\sigma(t)}(\cdot)}{\varpi_i}$-тің $\Delta-$ге қатысты $r_i + \tau_k$ дәрежесінде біртекті екенін табу жеңіл болады.

$\frac{dW}{dX_i}$-ге қатысты $2-r_i$ дәрежесінде біртекті екенін табу оңай, 3-леммадан сондықтан $\rho_{i,k}$ және $\bar{\rho}_{i,k}, i \in \mathbb{N}, k \in \mathscr{M}$ сияқты оң тұрақтылар бар.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial W}{\partial X_i} \frac{\phi_{i,\sigma(t)}(\cdot)}{\varpi_i} \right| &\le \sum_{i=1}^{n} \rho_{i,k} \|X\|_{\Delta}^{2+\tau_k} + \sum_{i=1}^{n} \bar{\rho}_{i,k} \|X(t-d_i(t))\|_{\Delta}^{2+\tau_k} \\ &\le \rho_k \|X\|_{\Delta}^{2+\tau_k} + \bar{\rho}_k \sum_{i=1}^{n} \|X(t-d_i(t))\|_{\Delta}^{2+\tau_k} \end{aligned} \qquad (24)$$

$\rho_k = \sum_{i=1}^{n} \rho_{i,k}$, және $\bar{\rho}_k = \max_{i\in\mathbb{N}}\{\bar{\rho}_{i,k}\}$. (24) теңдеуді (23) теңдеуге қойсақ, келесі нәтиже шығады:

$$\dot{V}(X) \le -\left( L\alpha_k - \rho_k - \sum_{i=1}^{n} \frac{S}{1+h_i} \right) \|X\|_{\Delta}^{2+\tau_k} - \left(\varsigma - \bar{\rho}_k\right) \sum_{i=1}^{n} \|X(t-d_i(t))\|_{\Delta}^{2+\tau_k} \qquad (25)$$

$\varsigma = \bar{\rho}_k$ және $\left\{ \frac{\rho_k + \sum_{i=1}^{n} \frac{\varsigma}{1+h_i}}{\alpha_k}, 1 \right\}$, онда (25)-тің оң жағы теріс анықталған. Демек, тұйық цикл жүйесі (1)–(15)–(16) кез келген ауысу кезінде глобальды асимптотикалық орнықты болып табылады.

*Болжам 1.* Әрбір $(i,k) \in N^{-} \times \mathscr{M}$, үшін оң тұрақты $\bar{c}_k > 0$ және бар, яғни $\tau_k \in \left( -\frac{1}{1+\sum_{l=1}^{n-1}(p_{1,k}\cdots p_{l,k})}, 0 \right)$, сәйкесінше $|\phi_{i,k}(\cdot)| \le \bar{c}_k \left( \sum_{j=i+2}^{n} |\eta_j|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_j}} + \sum_{j=i+2}^{n} |\eta_j(t-d_j(t))|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_j}} + |u_k|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_{n+1}}} \right)$, мұнда $r_i's$ мәндері (5) теңдеуде анықталған.

*Теорема 2.* 1 болжамы бойынша, (1) жүйе үшін глобальды асимптотикалық орнықтандыру есебін біртекті шығыс кері байланыс контроллерлері арқылы шешуге болады.

*Дәлелдеу.* Бастапқыда біз (1) жүйеге координаталардың келесідей ортақ өзгерісін енгіземіз,

$$x_i = \frac{\eta_i}{\omega_i}, \quad i \in N, \quad \text{және} \quad v_{\sigma(t)} = \frac{u_{\sigma(t)}}{\omega_{n+1}} \qquad (26)$$

$$\begin{aligned}
&\omega_i = (\mu\varepsilon_{i,\sigma(t)})^{q_{i,\sigma(t)}}, \quad i = 1,2,\dots,n+1, \quad q_{1,\sigma(t)} = 0, \quad q_{i+1,\sigma(t)} = \frac{q_{i,\sigma(t)}+1}{p_{i,\sigma(t)}},\\
&\mu \in (0,1), \quad 1 > \varepsilon_{1,\sigma(t)} \geq \varepsilon_{2,\sigma(t)} \geq \dots \geq \varepsilon_{n,\sigma(t)} \geq \varepsilon_{n+1,\sigma(t)} > 0,\\
&\dot{x}_i = \mu\bar{\varepsilon}_{i,\sigma(t)} x_{i+1}^{p_{i,\sigma(t)}} + \frac{\phi_{i,\sigma(t)}(\cdot)}{\omega_i}, \quad i \in N^-,\\
&\dot{x}_n = \mu\bar{\varepsilon}_{n,\sigma(t)} u_{\sigma(t)}^{p_{n,\sigma(t)}},\\
&y = x_1
\end{aligned} \tag{27}$$

мұнда $\bar{\varepsilon}_{i,\sigma(t)} = \varepsilon_{i+1,\sigma(t)}^{q_{i,\sigma(t)}+1} / \varepsilon_{i,\sigma(t)}^{q_{i,\sigma(t)}}$. (4) және (26) теңдеулерін біріктіре отырып, біз (1) жүйе үшін біртекті шығыс кері байланыс контроллерлерін былайша жобалай аламыз:

$$\dot{\xi}_i = -\mu\bar{\varepsilon}_{i-1,\sigma(t)} l_{i-1} \hat{x}_i^{p_{i-1,\sigma(t)}}, \quad \hat{x}_i = (\xi_i + l_{i-1}\hat{x}_{i-1})^{\frac{r_i}{r_{i-1}}}, \quad i = 3,\dots,n \tag{28}$$

$$v_{\sigma(t)} = -(\mu\varepsilon_{n+1,\sigma(t)})^{q_{n+1,\sigma(t)}} \times \beta_n \left( \hat{x}_n^{\frac{1}{r_n}} + \beta_n^{\frac{1}{r_n}} (\hat{x}_{n-1}^{\frac{1}{r_{n-1}}} + \dots \quad + \beta_2^{\frac{1}{r_3}} (\hat{x}_2^{\frac{1}{r_2}} + \beta_1^{\frac{1}{r_2}} x_1) \dots) \right)^{r_{n+1}} \tag{29}$$

(9) негізінде, (27)–(28)–(4) тұйық циклді жүйесін былай тұжырымдауға болады

$$\dot{X} = \mu diag(\bar{\varepsilon}_{1,\sigma(t)},\dots,\bar{\varepsilon}_{n,\sigma(t)},\bar{\varepsilon}_{1,\sigma(t)},\dots,\bar{\varepsilon}_{n-1,\sigma(t)}) \times F_{\sigma(t)}(X) + \left( \frac{\phi_{1,\sigma(t)}(\cdot)}{\omega_1},\dots,\frac{\phi_{n-1,\sigma(t)}(\cdot)}{\omega_{n-1}},0,\dots,0 \right)^T \tag{30}$$

1 болжамы бойынша, біз (27) жүйе үшін (18) теңдеуінен сәл өзгеше Ляпунов-Красовский функционалын құрамыз,

$$\bar{V}(X) = W(X) + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\varsigma}{1+h_i} \int_{t-d_i(t)}^{t} \|X(s)\|_{\Delta}^{2+\tau_k} ds. \tag{31}$$

(22)-ге сәйкес, біз $\bar{\varepsilon}_{i,\sigma(t)} = \varepsilon_{i+1,\sigma(t)}^{q_{i,\sigma(t)}+1} / \varepsilon_{i,\sigma(t)}^{q_{i,\sigma(t)}}$. үздіксіз, оң анықталған және радиалды шектеусіз екенін дәлелдей аламыз. Сондықтан, (10)-мен біріктіріп, тұйықталған цикл траекториясы бойынша $\bar{V}(X)$ туындысын аламыз.

$$\dot{\bar{V}}(X) \leq -\mu\varepsilon\alpha_k \|X\|_{\Delta}^{2+\tau_k} + \sum_{i=1}^{n-1} \left| \frac{\partial W}{\partial X_i} \frac{\phi_{i,k}(\cdot)}{\omega_i} \right| + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\varsigma}{1+h_i} \|X\|_{\Delta}^{2+\tau_k} - \varsigma \sum_{i=1}^{n-1} \|X(t-d_i(t))\|_{\Delta}^{2+\tau_k}, \tag{32}$$

мұнда $\varepsilon = \min_{i\in\mathbb{N},k\in\mathscr{M}}\{\bar{\varepsilon}_{i,k}\}$. $r_i$ және $q_{i,k}$анықтамаларынан $j = i+2,\dots,n+1$ деп қорытынды жасауға болады:

$$\frac{q_{j,k}}{r_j}(r_i+\tau_{i,k}) - q_{i,k} = \frac{q_{j,k}\tau_k + \frac{(1+p_{i,k}+\dots+p_{1,k}\cdots p_{j-2,k})-(1+p_{i,k}+\dots+p_{1,k}\cdots p_{i-2,k})}{(1+p_{i,k}+\dots+p_{1,k}\cdots p_{i-1,k})(1+p_{i,k}+\dots+p_{1,k}\cdots p_{j-1,k})}}{q_{j,k}\tau_k + \frac{1}{1+p_{i,k}+\dots+p_{1,k}\cdots p_{j-1,k}}} \tag{33}$$

$1 > \varepsilon_{1,\sigma(t)} \geq \varepsilon_{2,\sigma(t)} \geq \ldots \geq \varepsilon_{n,\sigma(t)} \geq \varepsilon_{n+1,\sigma(t)} > 0$ болғандықтан, (33) және 1 болжамынан мынаны алуға болады:

$$\begin{aligned}\left|\frac{\phi_{i,\sigma(t)}(\cdot)}{\omega_i}\right| &\leq \frac{\bar{c}_k}{\omega_i}\left(\sum_{j=i+2}^{n}|\omega_j x_j|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_j}} + \sum_{j=i+2}^{n}|\omega_j x_j(t-d_j(t))|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_j}} + |\omega_{n+1}\nu_k|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_{n+1}}}\right)\\ &\leq \bar{c}_k\Bigg(\sum_{j=i+2}^{n}(\mu\varepsilon_{i,k})^{q_{j,k}}|x_j|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_j}-q_{i,k}}\\ &\quad+\sum_{j=i+2}^{n}(\mu\varepsilon_{i,k})^{q_{j,k}}|x_j(t-d_j(t))|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_j}-q_{i,k}}|x_j(t-d_j(t))|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_j}}\\ &\quad+(\mu\varepsilon_{i,k})^{q_{n+1,k}}|\nu_k|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_{n+1}}-q_{i,k}}|\nu_k|^{\frac{r_i+\tau_k}{r_{n+1}}}\Bigg)\\ &\leq \bar{c}_k(\mu\varepsilon_{i,k})^{1+\upsilon}\left(\sum_{j=i+2}^{n}|x_j|^{\frac{r_i+t_k}{r_j}} + \sum_{j=i+2}^{n}|x_j(t-d_j(t))|^{\frac{r_i+t_k}{r_j}} + |\upsilon_k|^{\frac{r_i+t_k}{r_{n+1}}}\right)\end{aligned} \tag{34}$$

мұнда $i \in N^-, \quad j = i+2, \ldots, n+1$үшін $\upsilon = \min_{k\in\mathcal{M}}\left\{q_{j,k}\frac{r_i+\tau_k}{r_j} - q_{i,k} - 1\right\} > 0$

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n-1}\left|\frac{\partial W}{\partial X_i}\frac{\phi_{i,\sigma(t)}(\cdot)}{\omega_i}\right| &\leq \sum_{i=1}^{n-1}\varrho_{i,k}\mu^{1+\upsilon}\|X\|_{\Delta}^{2+\tau_k} + \sum_{i=1}^{n-1}\bar{\varrho}_{i,k}\mu^{1+\upsilon}\|X(t-d_i(t))\|_{\Delta}^{2+\tau_k}\\ &\leq \varrho_k\mu^{1+\nu}\|X\|_{\Delta}^{2+\tau_k} + \bar{\varrho}_k\mu^{1+\nu}\sum_{i=1}^{n-1}\|X(t-d_i(t))\|_{\Delta}^{2+t_k}\end{aligned} \tag{35}$$

мұнда $\varrho_k = \sum_{i=1}^{n-1}\varrho_{i,k}, \bar{\varrho}_k = \max_{i\in\{1,\ldots,n-1\}}\{\bar{\varrho}_{i,k}\}$.

(10) және (30) теңдеулерін біріктіріп, (35) теңдеуін (32) теңдеуіне қойсақ, келесі нәтиже шығады:

$$\dot{V}(X) \leq -\left(\mu\varepsilon\alpha_k - \mu^{1+\nu}\varrho_k - \sum_{i=1}^{n-1}\frac{\varsigma}{1+w_i}\right)\|X\|_{\Delta}^{2+t_k} - \left(\varsigma - \mu^{1+\nu}\bar{\varrho}_k\right)\sum_{i=1}^{n-1}\|X(t-d_i(t))\|_{\Delta}^{2+t_k} \tag{36}$$

$\varsigma = \mu^{1+\nu}\bar{\varrho}_k$ болсын және (36) теңдеуінің оң жағы теріс анықталған болатындай кішкентай μ мәнін таңдалады, сонда тұйық цикл жүйесінің (1)–(28)–(29) кез келген коммутация кезінде глобальды асимптотикалық орнықты екендігі туралы қорытынды жасауға болады.

**Нәтижелер және оларды талқылау.** Ұсынылған тәсілдің ерекшеліктері мен артықшылықтарын көрсету мақсатында оны әдебиеттерде келтірілген [6,7] жұмыстардың нәтижелерімен салыстырдық. Аталған жұмыстарда уақыт кешігуі бар жоғары ретті сызықтық емес жүйелерді басқару мәселесі күй кері байланыс негізінде қарастырылса, бұл мақалада коммутациялық сызықтық емес жүйелер үшін глобальды шығыс кері байланысқа негізделген басқару заңы ұсынылады. Сонымен қатар, орнықтылықты талдау барысында Ляпунов-Красовский функционалы қолданылып, тұйық циклді жүйенің глобальды асимптотикалық орнықтылығы дәлелденді. Ұсынылған әдіс пен белгілі нәтижелердің негізгі айырмашылықтары 1-кестеде келтірілген.

**1-кесте. Ұсынылған әдістің белгілі тәсілдерден айырмашылық кестесі**

| Сипаттама | [6,7] жұмыстары | Ұсынылған әдіс |
|---|---|---|
| Кері байланыс түрі | Күй кері байланыс | Шығыс кері байланыс |
| Уақыт кешігуі | Иә | Иә |
| Коммутациялық жүйе | Жоқ | Иә |
| Глобальды орнықтылық | Иә | Иә |
| Ляпунов-Красовский функционалы | Жоқ | Иә |

*Мысал 1.* Келесі коммутациялық сызықтық емес жүйені қарастырсақ:

$$\begin{gathered}\dot{\eta}_1 = \eta_2^{p1,\sigma(t)} + \varphi_{1,\sigma}(t)\left(\bar{\eta}_1, \bar{\eta}_1\left(t - d_1(t)\right)\right), \\ \dot{\eta}_2 = u_{\sigma(t)}^{\rho 2,\sigma(t)} + \varphi 2,\sigma(t)\left(\eta, \eta\left(t - d_2(t)\right)\right), \\ y = \eta_1,\end{gathered}$$

мұндаσ(t) : $0,\infty) \to M = \{1,2\}$, $p_{1,1} = 1$, $p_{1,2} = \frac{7}{5}$, $p_{2,1} = 4, p_{2,2} = \frac{7}{5}$, $d_1(t) = \frac{\cos(t)+3}{5}$, $d_2(t) = \frac{\sin(t)+1}{2}$,

$$\varphi_{1,1}(\cdot) = \frac{3}{5}\eta_1^{\frac{2}{3}}\sin\left(\eta_1\right) + \left(\eta_1\left(t - d_1(t)\right)\right)^{\frac{2}{3}}, \varphi_{1,2}(\cdot) = \frac{1}{2}\eta_1^{\frac{14}{15}} + \frac{2}{9}\left(\eta_1\left(t - d_1(t)\right)\right)^{\frac{14}{15}},$$

$$\varphi_{2,1}(\cdot) = \eta_1^{\frac{1}{3}}\sin\left(\eta_2\right) + \eta_2^{\frac{1}{2}}\sin\left(\eta_1\right) + \frac{2}{11}\left(\eta_1\left(t - d_1(t)\right)\right)^{\frac{1}{3}} - \left(\eta 2\left(t - d_2(t)\right)\right)^{\frac{1}{2}},$$

$\tau_1 = -\frac{1}{3}, \tau_2 = -\frac{1}{15}, r_1 = 1, q_{1,1} = q_{1,2} = 0$, мұндағы $r_2 = \frac{2}{3}, r_3 = \frac{1}{9}, q_{2,1} = 1, q_{2,2} = \frac{5}{7}$таңдалса, $q_{3,1} = \frac{2}{3}$, $q_{3,2} = \frac{20}{21}$ және $\left|\varphi_{1,1}(\cdot)\right| \le \frac{3}{5}\left|\eta_1\right|^{\frac{2}{3}} + \left|\eta_1\left(t - d_1(t)\right)\right|^{\frac{2}{3}}$, $\left|\varphi_{2,1}(\cdot)\right| \le \left|\eta_1\right|^{\frac{1}{3}} + \left|\eta_2\right|^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{11}\left|\eta_1\left(t - d_1(t)\right)\right|^{\frac{1}{3}} + \left|\eta_2(t - d_2(t))\right|^{\frac{1}{2}}, \left|\varphi_{2,2}(\cdot)\right| \le \left|\eta_1\right|^{\frac{3}{5}} + \left|\eta_2\right|^{\frac{9}{10}} + \left|\eta_1\left(t - d_1(t)\right)\right|^{\frac{3}{5}} + \frac{5}{9}\left|\eta_2(t - d_2(t))\right|^{\frac{9}{10}}$,

2 Болжамының орындалатыны анық, өзгеріс бойынша координаттардан (11) жүйе (37) түрінде болады

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \bar{L}_{1,\sigma(t)}x_2^{p_{1,\sigma(t)}} + \frac{\phi_{1,\sigma(t)}(\cdot)}{\varpi_1}, \\ \dot{x}_2 &= \bar{L}_{2,\sigma(t)}\upsilon_{\sigma(t)}^{p_{2,\sigma(t)}} + \frac{\phi_{2,\sigma(t)}(\cdot)}{\varpi_2}, \\ y &= x_1\end{aligned} \tag{37}$$

мұнда $\varpi_i = L_{i,\sigma(t)}^{qi,\sigma(t)}$, $\bar{L}_{i,\sigma(t)} = L_{i+1,\sigma(t)}^{qi,\sigma(t)+1}/L_{i,\sigma(t)}^{qi,\sigma(t)}$ $i = 1,2.$

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_2 &= \bar{L}_{1,\sigma(t)}l_1\hat{x}_2^{\rho_{1,\sigma(t)}}, \\ \hat{x}_2 &= \left(\xi_2 + l_1x_1\right)^{\frac{r_2}{r_1}}, \\ u_{\sigma(t)} &= -L_{3,\sigma(t)}^{q_{3,\sigma(t)}}\beta_2\left(\hat{x}_2^{\frac{1}{r_2}} + \beta_1^{\frac{1}{r_2}}x_1\right)^{r_3}\end{aligned} \tag{38}$$

Ұсынылған әдіс [6,7] жұмыстардағы күй кері байланысқа негізделген басқару заңдарынан ерекшеленеді. Аталған жұмыстарда басқару үшін жүйенің толық күй векторы қажет болса, ұсынылған әдісте тек шығыс сигналдары пайдаланылады. Сонымен қатар, бұл жұмыста уақыт кешігуі мен коммутацияланған сызықтық емес

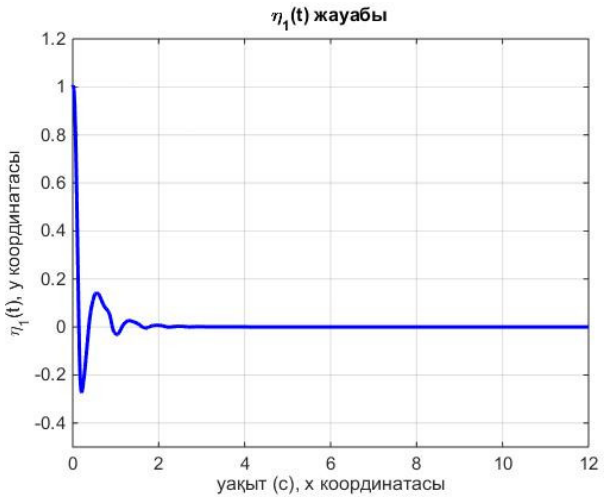
динамиканың бір мезгілде болуы ескеріліп, жүйенің глобальды асимптотикалық орнықтылығы дәлелденді.

Компьютерлік модельдеу MATLAB R2024b бағдарламалық ортасында жүргізілді. Уақыт кешігуі қатысқан жүйенің дифференциалдық теңдеулерін шешу үшін dde23 сандық интегралдау әдісі қолданылды. Компьютерде модельдеу үшін келесідей басқару айнымалыларының параметрлері таңдалады:

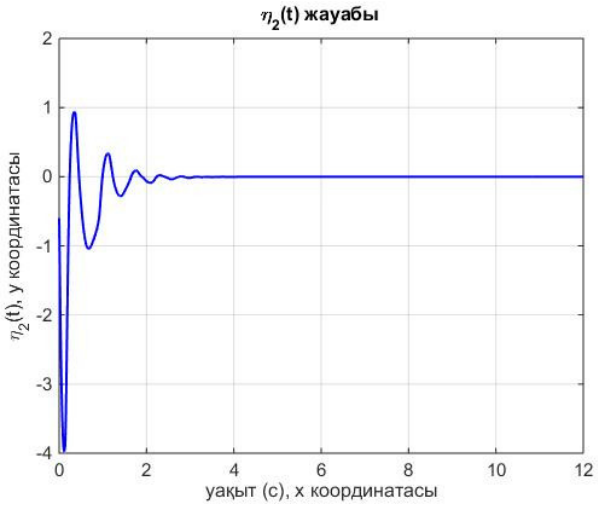
$\beta_1 = 2.7,\ \beta_2 = 1.8,\ l_1 = 14,\ L_{1,1} = 1.2,\ L_{1,2} = 1.07,\ L_{2,1} = 1.3,\ L_{2,2} = 1.2,\ L_{3,1} = 1.6,\ L_{3,2} = 1.36.\eta_1(0) = 1, \eta_2(0) = -0.6, \xi_2(0) = 0.$

Бастапқы шарттар осылай таңдалды, ал модельдеу ұзақтығы t=12 секунд деп қабылданды.

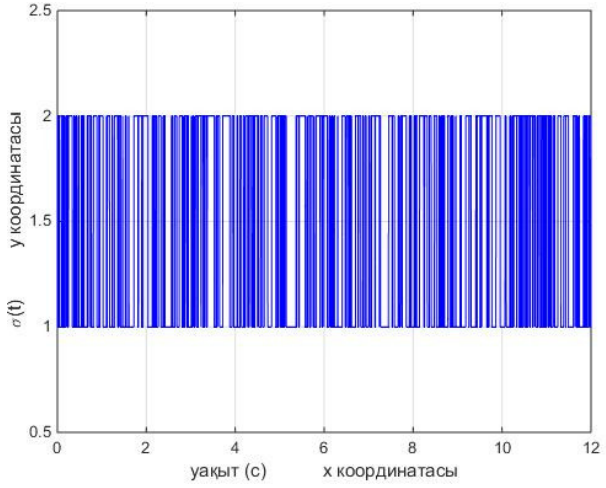
Төмендегі келтірілген суреттерден біздің мақалада қарастырып отырған ұсынылған әдістің тиімді екенін байқауға болады.




**1-сурет.** $_1$**(t) - жүйе күйінің жауабы**




**2-сурет.** $_2$**(t) - жүйе күйінің жауабы**




**3-сурет.** **(t)Коммутациялық сигналдың жауабы**

*Мысал 2.* Келесі жоғары ретті үшбұрышты коммутациялық сызықтық емес жүйені қарастырайық:

$$\dot{\eta}_1 = \eta_2^{p_{1,\sigma(t)}} + \phi_{1,\sigma(t)}(\eta, \eta(t-d_3(t)), u_{\sigma(t)}),$$

$$\dot{\eta}_2 = \eta_3^{p_{2,\sigma(t)}} + \phi_{2,\sigma(t)}(u_{\sigma(t)}),$$

$$\dot{\eta}_3 = u_{\sigma(t)}^{p_{2,\sigma(t)}},$$

$$y = \eta_1.$$

мұндағы $\sigma(t) : [0,\infty) \to M = \{1,2\}$, $p_{1,1} = 1$, $p_{1,2} = \frac{25}{21}$, $p_{2,1} = \frac{5}{3}$, $p_{2,2} = \frac{19}{9}$, $\frac{\sin(t)+1}{2}$, $\phi_{1,1}(\cdot) = \frac{3}{5}\eta_3^{\frac{7}{3}}\sin(u_1) + (\eta_3(t-d_3(t)))^{\frac{7}{3}} + u_1^7$, $\phi_{1,2}(\cdot) = \frac{1}{2}\eta_3^{\frac{25}{9}} + \frac{2}{9}(\eta_3(t-d_3(t)))^{\frac{25}{9}} + u_2$, $q_{3,1} = \frac{6}{5}$, $q_{3,2} = \frac{414}{475}$, $q_{4,1} = \frac{11}{5}$, $q_{4,2} = \frac{381}{475}$.

$$|\phi_{1,1}(\cdot)| \le \frac{3}{5}|\eta_3|^{\frac{8}{3}} + |\eta_3(t-d_3(t))|^{\frac{8}{3}} + |u_1|^7,$$
$$|\phi_{1,2}(\cdot)| \le \frac{1}{2}|\eta_3|^{\frac{25}{9}} + \frac{2}{9}|\eta_3(t-d_3(t))|^{\frac{25}{9}} + |u_2|^{\frac{25}{3}},$$
$$|\phi_{2,1}(\cdot)| \le \frac{2}{11}|u_1|^5,$$
$$|\phi_{2,2}(\cdot)| \le |u_2|^{\frac{19}{3}}.$$

Бұл анық, бірінші болжам орындалып, координаталарды түрлендіру арқылы, жүйе келесі түрге келтіріледі:

$$\dot{x}_1 = \mu\bar{L}_{1,\sigma(t)}x_2^{p_{1,\sigma(t)}} + \frac{\phi_{1,\sigma(t)}(\cdot)}{\varpi_1},$$

$$\dot{x}_2 = \mu\bar{L}_{2,\sigma(t)}x_3^{p_{2,\sigma(t)}} + \frac{\phi_{2,\sigma(t)}(\cdot)}{\varpi_2},$$

$$\dot{x}_3 = \mu\bar{L}_{3,\sigma(t)}\upsilon_{\sigma(t)}^{p_{3,\sigma(t)}},$$

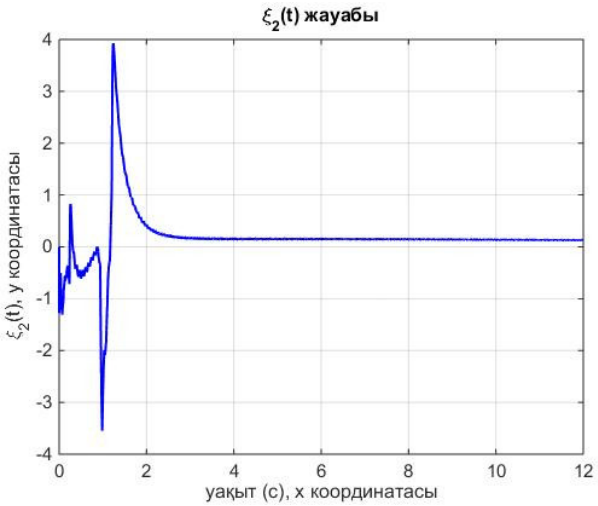
$$y = x_1,$$

$\varpi_i = (\mu L_{i,\sigma(t)})^{q_{i,\sigma(t)}}$, $\bar{L}_{i,\sigma(t)} = L_{i+1,\sigma(t)}^{q_{i,\sigma(t)}+1}/L_{i,\sigma(t)}^{q_{i,\sigma(t)}}$, $i$ = 1,2,3. 2-теоремаға сәйкес, біз біртекті бақылаушы мен басқаруды аламыз: $\dot{\xi}_2 = -\mu\bar{\varepsilon}_{1,\sigma(t)}l_1\hat{x}_2^{p_{1,\sigma(t)}}$, $\hat{x}_2 = (\xi_2 + l_1x_1)^{\frac{r_2}{r_1}}$, $\dot{\xi}_3 = -\mu\bar{\varepsilon}_{2,\sigma(t)}l_2\hat{x}_3^{p_{2,\sigma(t)}}$, $\hat{x}_3 = \left(\xi_3 + l_2\hat{x}_2\right)^{\frac{r_3}{r_2}}$, $\upsilon_{\sigma(t)} = -(\mu\varepsilon_{4,\sigma(t)})^{q_{4,\sigma(t)}} \times \beta_3\left(\hat{x}_3^{\frac{1}{r_3}} + \beta_2^{\frac{1}{r_3}}(\hat{x}_2^{\frac{1}{r_2}} + \beta_1^{\frac{1}{r_2}}x_1)\right)^{r_4}$.

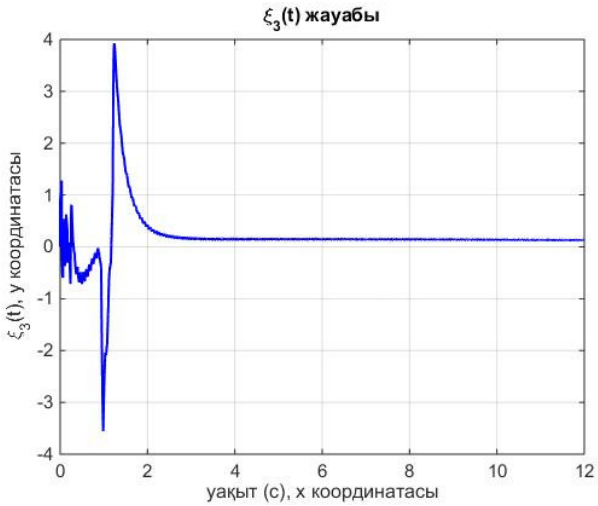
Компьютерде модельдеу үшін біз келесідей жобалау параметрлерін енгіземіз:

$\beta_1 = 2.5,\ \beta_2 = 1.8,\ l_1 = 13,\ L_{1,1} = 1.1,\ L_{1,2} = 1.05,\ L_{2,1} = 1.3,\ L_{2,2} = 1.2,\ L_{3,1} = 2.5,$

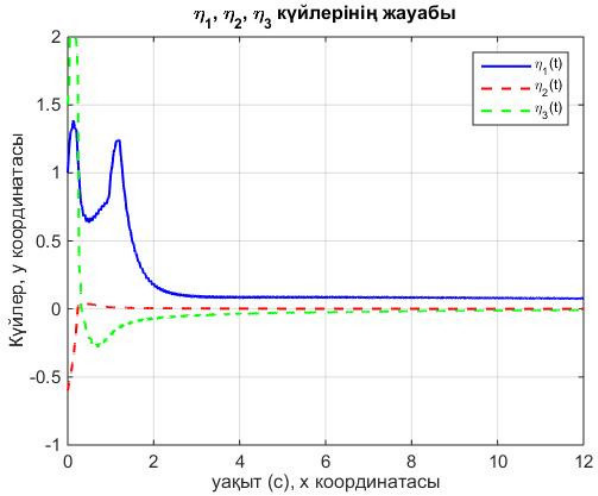
$$L_{3,2} = 1.4.(\eta_1(0) = 1), (\eta_2(0) = -0.6), (\eta_3(0) = 1.5), (\xi_2(0) = 0), (\xi_3(0) = 0),$$



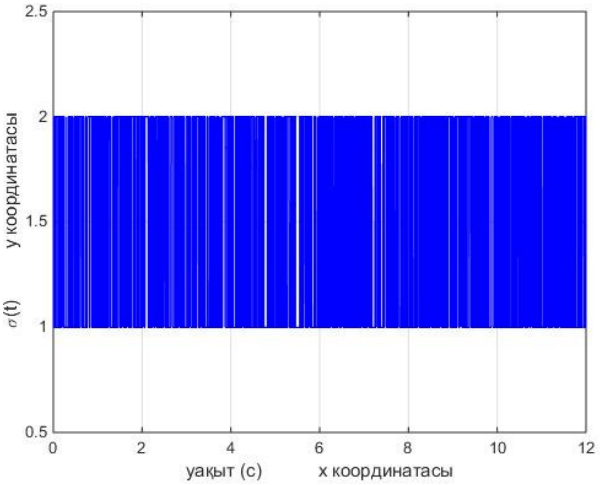

**4-сурет.** $_2$(t) **Контроллер күйінің жауабы**




**5-сурет.** $_3$(t) **Контроллер күйінің жауабы**




**6-сурет.** (t) **Жүйе күйлерінің жауабы**




**7-сурет.** (t) **Ауыспалы сигналдың нәтижесі**

**Қорытынды.** Бұл мақалада уақыт кешігуі бар жоғары ретті коммутациялық сызықтық емес жүйелер класы үшін глобальды асимптотикалық орнықтандыру мәселесі біртекті шығыс кері байланыс контроллерлерімен шешілді. Жүйелік қуаттағы коммутация сигналдары мен сызықтық емес туындаған қиындықтарды жеңу үшін, күйлерді бағалау үшін біртекті бақылаушыға ортақ координата өзгерісі енгізілді.

Біртекті үстемдік әдісіне және Ляпунов-Красовский функционалы, біртекті шығыс кері байланыс контроллерлеріне негізделген тұйық циклді жүйелерді орнықтандыру үшін жобаланды. Сонымен қатар, біз ұсынылған схеманы уақыт бойынша өзгеретін уақыт кешігуі бар жоғары ретті коммутациялық жоғары үшбұрышты сызықтық емес жүйелер класын орнықтандыру үшін кеңейттік. Ұсынылған жобалау әдістерінің тиімділігін көрсету үшін екі сандық мысал қолданылды. Болашақта біз орташа күту уақыты бар жалпы уақыт кешігуі бар коммутацияланған сызықтық емес жүйелер класы, белгіленген өнімділігі бар уақыт кешігуі және күй шектеулері бар коммутацияланған сызықтық емес жүйелер үшін шығыс кері байланыс контроллерін жасаймыз. Ұсынылған басқару алгоритмі энергетикалық жүйелерде, желілік басқару жүйелерінде және уақыт кешігуі бар өнеркәсіптік объектілерде қолданылуы мүмкін. Алы-

нған басқару моделі нақты параметрлері белгілі жоғары ретті коммутациялық жүйелер үшін басқару құрылғыларын жобалау кезінде пайдаланылуы мүмкін.

**Әдебиеттер**

1. Sun K. M., Mou S., Qiu J., Wang T., Gao H. Adaptive fuzzy control for nontriangular structural stochastic switched nonlinear systems with full state constraints // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. - 2018. - Vol. 27, No.8. - P.1587-1601. DOI 10.1109/TFUZZ.2018.2883374.

2. Jia Y., Wang J., Cui D. Switching delay effects on input-to-state stability of switched systems // Discrete Dynamics in Nature and Society. - 2023. - Vol.2023(1). - Article ID 2789626. DOI 10.1155/2023/2789626.

3. Sun J., Wang H. Stability analysis for highly nonlinear switched stochastic systems with time-varying delays // Complex Engineering Systems. - 2022. - Vol.2:17/ DOI 10.20517/ces.2022.48.

4. Hua C. C., Wang Q. G., Guan X. P. Adaptive tracking controller design of nonlinear systems with time delays and unknown dead-zone input // IEEE Transactions on Automatic Control. - 2008. - Vol.53(7). - P. 1753–1759. DOI 10.1109/TAC.2008.928324.

5. Liu C., Liu X. Stability of switched systems with time-varying delays under state-dependent switching // Mathematics. - 2022. - Vol.10(15): 2722. DOI 10.3390/math10152722.

6. Alimhan K., et al. Output tracking by state feedback for high order nonlinear systems with time-delay // Journal of Theoretical and Applied Information Technology. - 2019. - Vol.97, Issue 3. - P.942–956. DOI 10.1080/23311916.2020.1711676

7. Alimhan K., et al. Global output tracking by state feedback for high-order nonlinear systems with time-varying delays //Cogent Engineering. - 2020. - Vol.7(1): 1711676. DOI 10.1080/23311916.2020.1711676.

8. Huang S., et al. Finite-time stabilization of a class of upper-triangular switched nonlinear systems // Journal of the Franklin Institute. - 2019. - Vol.356(6). - P.3398-3418. DOI 10.1016/j.jfranklin.2018.12.021.

9. Zhou B., Yang X. Global stabilization of feedforward nonlinear time-delay systems by bounded controls //Automatica. - 2018. - Vol.88. - P.21-30. DOI 10.1016/j.automatica.2017.10.021.

10. Hua C., Liu G., Li L., Guan X. Adaptive fuzzy prescribed performance control for nonlinear switched time-delay systems with unmodeled dynamics // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. - 2018. - Vol.26(4). - P.1934-1945. DOI 10.1109/TFUZZ.2017.2756028.

11. Mao J., Ahn C. K., Xiang Z. Global stabilization for a class of switched nonlinear time-delay systems via sampled-data output-feedback control // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems. - 2021. - Vol.52(2). - P.694-705. DOI 10.1109/TSMC.2020.3048064.

12. Zhai J., Song Z. Global finite-time stabilization for a class of switched nonlinear systems via output feedback // International Journal of Control, Automation and Systems. - 2017. - Vol.15(5). - P. 1975-1982. DOI 10.1007/s12555-016-0490-z.

13. Zhai J., Song Z., Karimi H. R. Global finite-time control for a class of switched nonlinear systems with different powers via output feedback // International Journal of Systems Science. - 2018. - Vol. 49(3). - P.2776-2783. DOI 10.1080/00207721.2018.1512679.

***Авторлар туралы мәліметтер***

Бахадирова Г.Б. - PhD, С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық зерттеу университеті, Астана, Қазақстан, e-mail: gulnaz.bahadirova.84@mail.ru;

Тасболатұлы Н. - PhD, қауымдастырылған профессор, Астана халықаралық университеті, Астана, Қазақстан, e-mail: tasbolatuly@gmail.com;

Баумуратова Д.Б - PhD, Астана халықаралық университеті, Астана, Қазақстан, e-mail: Baumuratova.d@gmail.com;

Әлімхан Қ.- PhD, профессор, Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан, e-mail: keylan@live.jp;

Тураев Ш. - PhD, қауымдастырылған профессор, Ақпараттық технологиялар колледжі, Біріккен Араб Әмірліктері университеті, Әл-Айн, Біріккен Араб Әмірліктері, e-mail: sherzod@uaeu.ac.ae.

***Information about the authors***

Bakhadirova G.B. - PhD, S. Seifullin Kazakh agrotechnical research university, Astana, Kazakhstan, e-mail: gulnaz.bahadirova.84@mail.ru;

Tasbolatuly N.- PhD, Associate Professor, Astana International University, Astana, Kazakhstan, e-mail: tasbolatuly@gmail.com;

Baumuratova D.B. - PhD, Astana International University, Astana, Kazakhstan, e-mail: Baumuratova.d@gmail.com;

Alimhan K. - PhD, Professor, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan, e-mail: keylan@live.jp;

Turaev Sh. - PhD, Associate Professor. College of Information Technology, United Arab mirates University, Al Ain, United Arab Emirates, e-mail: sherzod@uaeu.ac.ae.